Niveau(x) d'enseignement: 0 Numéro EDUQ : 9370928
Centre d'intérêt: 560

Colloque Elève, école, société (1992 : Montréal, Québec).

Elève, école, société : pour une approche interdisciplinaire de l'apprentissage : actes du Colloque / 7 février 1992, [Montréal] ; éditeurs, Luis Radford, Ana Lobo Mesquita ; responsable, Catherine Garnier. -- Montréal : Université du Québec à Montréal, Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation, 1993.
104 p. : ill. ; 28 cm.

Résumé au début des textes. Bibliogr. à la fin des textes.

ISBN 2-921558-04-1

Vedette(s)-secondaire(s): Radford, Luis, éd * Lobo Mesquita, Ana, éd * Garnier, Catherine * Université du Québec à Montréal. Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation

Descripteur(s): Interdisciplinarité * Education interculturelle * Horaire * Algèbre * Raisonnement * Mathématiques * Formation des enseignants * Affectivité * Géométrie * Philosophie

Identificateur(s) de sujet: Représentation spatiale

Les principales communications de ce colloque abordent des travaux de recherche actuels en sciences de l'éducation dans une perspective d'interdisciplinarité. Elles portent sur la gestion du temps dans l'apprentissage, le raisonnement algébrique, l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, les mathématiques et l'affectivité, la figure en géométrie, l'apprentissage de la représentation spatiale en géométrie, l'enseignement de la philosophie aux enfants. Elles sont précédées d'une conférence sur l'identité et l'éducation interculturelle.

Type de document:

9370928

CENTRE INTERDISCIPLINAIRE DE RECHERCHE SUR
L'APPRENTISSAGE ET LE DEVELOPPEMENT EN EDUCATION

CIRADE

Université du Québec à Montréal

1370928

Actes du Colloque

Élève, école, société: pour une approche interdisciplinaire de l'apprentissage

7 février 1992

CIRADE, UQAM, mai 1993

Éditeurs:
Luis Radford
Ana Lobo Mesquita

Responsable:
Catherine Garnier

COMITÉ DE LECTURE

NADINE BEDNARZ
CIRADE
Université du Québec à Montréal

LOUIS CHARBONNEAU
Département de mathématiques et informatique
Université du Québec à Montréal

GÉRALD BOUTIN
Sciences de l'éducation
Université du Québec à Montréal

CATHERINE GARNIER
CIRADE
Université du Québec à Montréal

MAURICE GARANÇON
Département de mathématiques et informatique
Université du Québec à Montréal

CLAUDE JANVIER
CIRADE
Université du Québec à Montréal

RICHARD PALLASCIO
CIRADE
Université du Québec à Montréal

MICHAEL SCHLEIFER
CIRADE
Université du Québec à Montréal

INTRODUCTION

Catherine Garnier
CIRADE, Université du Québec à Montréal

Ce colloque constitue pour le CIRADE un événement tout particulier et ceci à plusieurs titres.

Tout d'abord, en raison de son thème «*Élève, école et société*» qui rencontre en effet les problèmes qui secouent l'actualité. Ensuite, du fait que cette activité est organisée par les deux premiers chercheurs postdoctoraux du CIRADE, Ana Lobo Mesquita et Luis Radford, organisation qui permet de mettre en valeur les travaux des premiers étudiants de doctorat en éducation formés au Centre. De plus, ce thème rejoint les préoccupations que nous avons essayé de circonscrire au cours du séminaire annuel sur les représentations. Enfin, ce colloque doit contribuer à alimenter les axes de développement du Centre. En fait, nous avons ici la démonstration de la vitalité du groupe-étudiant du CIRADE, pour ceux qui auraient la velléité d'en douter.

Je voudrais développer en quelques mots ces deux aspects du thème du colloque, celui qui se rapporte à son actualité et celui qui se rapporte au CIRADE.

En ce qui concerne le thème «*Élève, école et société*», le tableau paraît sombre actuellement, mais quant aux visées propres du colloque, elles sont source d'espérance grâce aux perspectives prometteuses que développe une génération montante de chercheurs. Ce thème est donc en plein cœur des débats actuels, aussi bien dans la société où chacun s'interroge sur le bien fondé de la formation et de la préparation professionnelle que le système scolaire propose, que dans le monde plus restreint de l'éducation.

Les questions soulevées par tous et chacun portent sur l'efficacité du système scolaire, ses buts, sur le personnel et son fonctionnement, en relation avec une société aux bouleversements répétés. Si l'on entend dans la population générale que l'école doit préparer l'étudiant à son insertion dans le milieu du travail, elle est plutôt, pour certains, un lieu de vie et d'épanouissement pour l'élève. En fait, la société s'interroge, en quelque sorte, sur la mission de l'école et sur le genre de vie de l'élève à l'intérieur de ces institutions. Interrogation qui sera aussi le but, en fin de journée, de la table ronde; la discussion qui s'ensuivra ne pourra ignorer complètement les tendances qui s'expriment hors du milieu de l'éducation, ne serait-ce que pour en faire une lecture interprétative afin de comprendre les ressorts des relations qui s'établissent entre ces trois unités que sont: l'élève, l'école et la société.

Pour le monde de l'éducation, la question est complexe et présente divers visages: celui des enseignants, des administrateurs, des ministères et aussi des chercheurs dans ce domaine. Même si les opinions et les approches divergent grandement entre les diverses parties, elles s'accordent toutes à constater qu'un malaise domine l'éducation. Ce malaise n'est pas récent; diagnostics et prescriptions se succèdent en vue de remédier tant à l'abaissement du niveau des savoirs dans une quelconque discipline (en particulier en mathématiques) qu'au problème du décrochage scolaire qui mobilise tout un chacun au moins le temps d'un congrès. N'était-ce pas déjà en 1980, puis en 1987 que des constats tout aussi alarmants nous étaient livrés par Désautels et Trempe à propos de l'enseignement des sciences? Le tableau qu'ils font des relations pédagogiques était sombre en effet; ils y peignaient:

- la passivité et l'indifférence des étudiants;
- des savoirs traités en éléments isolés sans lien entre eux et peu raccordés à une réalité empirique;
- l'élève cherchant beaucoup plus à mémoriser qu'à comprendre, en vue de répondre à l'examen.

D'un autre côté, les efforts du ministère pour insérer les parents dans la vie de l'école («le livre vert» – «l'école québécoise» – «école communautaire et responsable») ne trouvent que rarement un écho favorable chez les enseignants qui sont enclins de plus en plus à se démobiliser, coincés qu'ils sont entre les enfants de plus en plus difficiles, les parents de plus en plus exigeants et les administrateurs de plus en plus bureaucratiques, mais aussi chez les parents qui se sentent rejetés. Tout ceci contribue davantage à la morosité, au rejet des responsabilités, à l'attribution des échecs aux uns ou aux autres, qu'à une véritable amélioration de la situation et du climat.

Parallèlement, les employeurs, selon de nombreux auteurs américains et canadiens, manifestent eux aussi leur insatisfaction face à une population estudiantine qui se présente en milieu de travail avec une formation de base insuffisante, un manque de motivation grandissant et des habitudes et des attitudes de travail inexistantes.

Les chercheurs, quant à eux s'interrogent donc sur les moyens qu'il faudrait employer pour changer la situation. Les options sont d'ordre politique sans plus, ou question de mode. Bien souvent, pour répondre aux slogans actuels, elles s'inscrivent dans une fuite en avant de l'innovation pour l'innovation. Il semble alors que le chercheur, comme le professeur devront s'armer d'esprit critique pour, à travers une remise en question systématique, ne pas gober toute innovation, mais plutôt jeter un regard critique sur celles-ci tout autant que sur les modèles anciens. Ils y puisent d'ailleurs les sources nécessaires à la mise en place d'approches des situations d'apprentissage qui seront adéquatement testées avant d'être exploitées.

Comment ne pas retenir les commentaires de Louise Poirier lorsqu'elle eut l'occasion de retrouver dans des programmes de mathématiques anciens des principes et des propositions pour aborder certaines notions mathématiques qui correspondaient d'assez près aux approches didactiques que développaient les chercheurs du CIRADE. Mais je lui laisse la possibilité de nous parler plus tard dans la journée de ses recherches qui l'on conduite à de tels constats.

N'est-ce pas encore l'esprit critique qui pourrait nous préserver de confondre dans nos écoles, qui les vivent de plus en plus difficilement, le multiculturalisme et l'interculturalisme avec une attitude assimilatrice qui serait en fait un paternalisme déguisé? En effet, avec quelles lunettes nous approchons-nous des autres cultures, quand nous décidons, à partir de nos propres catégories, de nos propres visions du monde, de ce qui est ou n'est pas acceptable, mais une fois encore, ce problème actuel, tout juste suggéré ici, sera repris lors de la conférence que Christiane Gohier donnera tout à l'heure.

Il me semble que je me suis laissée entraîner par la description de la situation actuelle et qu'il me faut revenir au CIRADE. Par l'organisation de ce colloque, les étudiants montrent combien leurs préoccupations, loin d'en être déconnectées, sont accrochées aux problèmes auxquels fait face le système scolaire. Leurs choix de recherche et la tribune qu'ils se donnent pour débattre des problèmes de l'éducation sont encore une démonstration de leur dynamisme. Mais c'est aussi la démonstration d'un succès de la formation qui s'était donnée comme but l'interdisciplinarité.

En effet, tous ont le souci d'aborder les problèmes qui leur tiennent à cœur dans la perspective plus large de la situation éducative. Ils ont aussi à cœur de traverser les disciplines des sciences humaines, autant par leurs analyses conceptuelles que méthodologiques, pour cerner plus complètement leur objet d'étude, plutôt que de se contenter de répondre à des canons purement disciplinaires. C'est ainsi que les différents acteurs de la situation d'apprentissage sont mis en scène, même si l'éclairage porte davantage sur l'un que sur l'autre, suivant les cas.

C'est ce que nous pourrons suivre par exemple, avec l'analyse des modes institutionnels de gestion du temps dans l'apprentissage avec Carole St-Jarre tandis que les contenus mathématiques sont abordés par Luis Radford qui se centre sur le raisonnement algébrique. La communication d'Abdellah El Idrissi s'interroge sur le rôle que peut jouer, dans la formation des enseignants, le fait d'aborder, dans une perspective didactique, l'évolution historique du savoir mathématique.

L'organisation de ce colloque, par son format, consacre l'idée maîtresse de débat et de communauté de recherche et il met en pleine lumière de façon plus ou moins évidente suivant les communications, un concept-clé pour le CIRADE, qui n'est autre que celui de représentation.

En ce qui concerne la «*communauté de recherche*» pour consacrer ici un certain vocabulaire, c'est celle à laquelle on peut référer quand il s'agit des débats entre les chercheurs

du centre, mais c'est encore elle qui est au cœur des problématiques d'enseignement de la philosophie pour enfants et dont probablement nous entretiendra Marie-France Daniel dans la table ronde.

En ce qui concerne le concept-clé de «*représentation*», il est l'incontournable du CIRADE, que ce soit pour lui accorder ou non une valeur heuristique, ou pour tâcher d'en saisir une perspective qui permette de se soustraire à tous les traquenards qui ne manquent pas d'être semés sous les pas du chercheur non averti. Représentation externe, représentation interne, rôle de l'espace et de l'action dans l'intervention pédagogique en mathématique vont sans aucun doute amener de l'animation au cours de la présentation de Mustapha Ourahay, Ana Lobo Mesquita et Pierre Mongeau. Mais avant eux, Louise Lafortune aura soin de camper la situation éducative dans sa plénitude et de montrer que toute rationalité est ancrée dans une affectivité que l'enseignant ne peut ignorer.

Je termine le préambule de ce colloque en remerciant tout particulièrement les deux organisateurs, Ana Lobo Mesquita et Luis Radford qui ont répondu avec tant d'enthousiasme lorsque je leur ai demandé de bien vouloir, dans le cadre du séminaire du CIRADE, organiser des rencontres qui permettraient de rendre publics les travaux des étudiants du CIRADE.

CHAPITRE 1

CONFÉRENCE SUR INVITATION

IDENTITÉ ET ÉDUCATION INTERCULTURELLLE: UN ITINÉRAIRE

Christiane Gohier

IDENTITÉ ET ÉDUCATION INTERCULTURELLE: UN ITINÉRAIRE[1]

Christiane Gohier
CIRADE, Université du Québec à Montréal

C'est à une excursion que je vous convie aujourd'hui — hors des sentiers formels des communications de facture savante — afin d'explorer la face cachée, ou plutôt intime, d'une démarche de recherche. C'est ici le lent tracé d'un itinéraire qu'il s'agit de mettre au jour plutôt que son aboutissement qui consiste dans la divulgation des si précieux «résultats de recherche».

Sachant m'adresser à des gens qui s'inscrivent dans un processus de recherche et de formation à la recherche, j'ai eu envie de partager avec eux, avec vous, les différents moments d'un cheminement — parmi une infinité d'autres possibles — de recherche. Peut-être pour démystifier cette activité, ce travail, si mal connu et montrer que la recherche se nourrit en fait d'elle-même et ne progresse qu'au pas à pas, au fur et à mesure qu'est explorée une avenue qui s'offre en réponse possible à une question, à un problème qu'on essaie de résoudre.

La recherche est un processus continu qui s'inscrit dans un cheminement intellectuel qui dure toute la vie et obéit toujours aux mêmes lois: celles du doute et de la rigueur, quelle que soit la méthode choisie. Voilà déjà dit l'essentiel de ce que j'avais à vous livrer aujourd'hui. Le reste est du ressort de l'anecdote, ou plutôt de l'exemple. Il s'agira pour moi de vous parler d'une manière très informelle, au «Je», d'un itinéraire de recherche et des réflexions qu'il a suscitées. C'est au récit d'une histoire que je vous convie. De la petite histoire d'une recherche[2].

Avant d'en faire l'exposé, je me permettrai toutefois une remarque préliminaire. Elle concerne la source du questionnement d'où origine la recherche. *Il faut, je crois, se laisser guider par ses intuitions, tant sur le plan des questions que des réponses possibles, quitte à les abandonner si elles se voient infirmées au cours du processus de recherche*. Nous avons tous des parcours spécifiques qui, à un moment précis de notre histoire, à la jonction de notre cheminement intellectuel et personnel, donnent naissance à des questions qui nous interpellent, de celles qui dérangent et qui exigent réponse. Sous réserve que nous acceptions d'encourir le risque de voir ébranlées nos convictions les plus profondes, assises de notre identité même.

---

1 Ce texte est une version révisée de la transcription de la communication.

2 Quelques articles et communications, dont je donnerai référence à la fin, témoignent des différentes étapes de cette démarche de recherche. On trouvera, dans les articles, les références bibliographiques auxquelles je fais allusion dans ce texte.

Colloque Élève, école, société. CIRADE, UQAM, 1993, pp. 11-19.

Il faut écouter ces questions. Ce sont elles qui donnent sens à la recherche, quelles que soient les réponses qu'on leur donne. Leur formulation même trace parfois la voie à une avenue de recherche qu'elles portent en filigrane, avenue née d'une association issue du hasard et de la complexité des parcours. L'histoire des idées fourmille de telles associations.

C'est ce type de questionnement qui est à l'origine de l'itinéraire de recherche que je veux partager avec vous. Il me faut dire d'abord, d'entrée de jeu, qu'il s'agit d'une recherche de type fondamental et théorique, moins pratiquée en sciences de l'éducation, où il y a, de toute évidence, beaucoup plus de recherches de type expérimental. La question qui m'habitait, au point de départ, était celle de l'identité: son évolution, ses liens avec le développement cognitif et ses implications pour l'éducation «interculturelle».

Je me suis d'abord interrogée sur les rapports entre l'identité personnelle et le développement cognitif. Sur ce sujet, ont nourri ma réflexion des théories issues principalement de deux sources disciplinaires, à savoir la psychologie — je pense aux écrits de Erickson et de Pinard, par exemple, dont je parlerai plus loin — et la philosophie, avec les travaux de Taylor et de James, entre autres. Ces sources ne sont pas exclusives. Je pense par exemple à Camilleri, anthropologue de formation, qui a nourri ma réflexion sur l'éducation interculturelle et à Germaine Guex, psychanalyste, dont la thèse sur les «abandonniques» a joué un rôle déterminant dans ma conception des rapports entre l'identité et le développement cognitif.

Les travaux de Guex portent sur l'étude d'un cas pathologique, celui des personnes souffrant du syndrome d'abandon. Cette approche est souvent utilisée en psychologie et en neurophysiologie. Elle consiste à puiser aux sources de la pathologie ou à s'inspirer de celle-ci pour décrire la normalité ou le normal. J'assistais récemment à une conférence donnée par André-Rock Lecourt, un neurophysiologue québécois qui s'est beaucoup intéressé aux recherches sur le cerveau. On lui demandait comment on avait pu arriver à découvrir les fonctions des différentes aires du cerveau: l'aire de Wernicke, l'aire de Broca, etc.? Et il répondait justement que c'était par les cas pathologiques, c'est-à-dire les cas de traumatismes ou les accidents où il y avait des lésions dans des circonvolutions spécifiques du cerveau donnant lieu à des problèmes précis, sur le plan de la sémantique, par exemple, quand l'aire de Wernicke est atteinte.

Pour revenir aux travaux de Guex, mon intuition de départ était que la question de l'identité était liée au développement cognitif. C'est-à-dire que quelqu'un qui aurait une identité, un sens de l'identité et une représentation de son identité très affirmés, serait plus en mesure d'appréhender, sur le plan cognitif, les objets de connaissance ou les objets d'études et d'en approfondir la compréhension. C'est à ce moment que j'ai pris connaissance des travaux de Germaine Guex sur les abandonniques et le syndrome d'abandon. *Hasard de parcours ou fruit*

de la recherche? Je ne sais trop. C'est la part d'inconnu qui préserve, sans doute heureusement, le caractère aventureux de la recherche. Les abandonniques sont des gens qui souffrent, à tort ou à raison, du sentiment d'abandon. C'est-à-dire qu'ils souffrent du sentiment d'avoir été abandonnés dans leur enfance par leurs parents, qu'il s'agisse d'un abandon physique ou d'un abandon psychologique, d'un «non amour». Ces personnes souffrent d'un sens ou d'un sentiment d'identité déficient qui aura des répercussions sur le plan cognitif. N'ayant pas le sentiment d'avoir le droit d'existence, n'ayant pas une haute estime d'elles-mêmes et n'ayant pas un sens de leur identité fort, c'est-à-dire ne se reconnaissant pas nécessairement comme ayant une identité spécifique, elles ont une très faible estime d'elles-mêmes et se sentent ou se disent incapables de «comprendre», d'approfondir réellement les choses. Elles ne se sentent pas en mesure de le faire. Sur le plan du comportement, elles manifestent certains symptômes qui se rapprochent de l'hyperactivité. C'est-à-dire qu'elles vont, en quelque sorte, tourner en rond, parce que ne se sentant jamais bien, ne se sentant jamais là, de plein droit. Elles fuiront constamment. Cette fuite se manifeste aussi bien par rapport aux objets de la connaissance que par rapport aux relations interpersonnelles, la dévalorisation de soi s'accompagnant la plupart du temps d'une survalorisation d'autrui.

Voilà retracé le point de départ de ma réflexion sur la question de l'identité. Le concept restait par ailleurs entièrement à définir. Ce que j'ai fait, étape par étape, en partant de la genèse de l'identité personnelle d'abord, avant d'arriver, plus récemment, à l'identité que j'appellerai globale de la personne incluant les dimensions personnelle et sociale qui sont complémentaires. *Il est caractéristique d'une question de recherche d'être très vaste; on se doit de la découper en segments qui viendront, petit à petit, nourrir le tout.*

Je suis ensuite allée voir quelle était, en psychologie, en psycho-éducation, la notion d'identité véhiculée. Or, je me suis rendue compte qu'on faisait toujours référence à Erikson et à ses fameux travaux sur la question d'identité. Les principaux concepts sous-tendant sa définition d'identité personnelle sont les concepts de «sameness and continuity». C'est-à-dire que l'identité personnelle d'une personne est toujours décrite à travers les concepts du «même» (la personne devant être la même au fil de son histoire) et de «continuité» (continuité avec elle–même et continuité cautionnée par le regard de l'autre). Mon identité serait donc constituée du fil continu du même ou de la ressemblance avec moi-même, continuité cautionnée par le regard de l'autre qui peut me dire si je suis la même personne. «Toi, me reconnais-tu comme "encore moi", donc comme étant la même?». Vous m'avez connue il y a vingt ans et vous me rencontrez maintenant et me reconnaissez; cela devrait me confirmer dans mon identité. C'est à tout le moins, ce que sous-tend la définition de Erickson: «Le sentiment conscient d'avoir une identité repose sur deux observations simultanées: la perception de la similitude avec soi-même et de sa propre continuité existentielle dans le temps et dans l'espace, et la perception du fait que les autres reconnaissent cette similitude et cette continuité».

Je me suis ensuite interrogée sur les sources de cette problématique de l'identité, Erikson n'étant pas le premier, même si sa définition est devenue paradigmatique, à avoir utilisé les concepts de «sameness» et de «continuity». C'est le nom de William James qui s'est alors imposé. En effet, en 1908 déjà, James parlait du «concept de soi» qui incluait comme l'un de ses éléments le concept d'identité. Bien que défini de manière un peu différente que chez Erickson, James thématisant une espèce de flux continuel de la conscience, reste que le sentiment d'identité sera balisé par les paramètres de «sameness» et de «continuity». Les travaux de René L'Écuyer, professeur à l'Université de Sherbrooke, sont éclairants à cet effet. L'Écuyer fait en effet une synthèse d'une bonne partie de la littérature sur le concept d'identité. Là encore, c'est à James que renvoie l'arbre généalogique du concept.

En réfléchissant à la question du «comment définir son identité?», il m'est toutefois apparu que les concepts de «sameness» et de «continuity» soulevaient quelques paradoxes. Si je suis définie par le même, la continuité, par le regard de l'autre, devrai-je être obligée de rester toujours la même personne? Suis-je la même personne à cinq ans, à vingt, à quarante, à soixante ans? Suis-je la même après un accident, un grand traumatisme? Serai-je la même si je vais vivre dans un autre contexte socioculturel? Le même et la continuité ne conduisent-ils pas à une rigidification du profil identitaire, aussi bien sur le plan de l'identité personnelle que sur le plan de l'identité sociale ou ethnique? Les implications pour l'éducation interculturelle seraient dès lors de l'ordre de la ghettoïsation, puisque mon identité culturelle serait définie une fois pour toutes. Cette définition-là ne me satisfaisant pas, je me suis fait la réflexion que bien qu'il y ait un fondement au sentiment d'identité, une base, cela n'excluait pas que nous soyons par ailleurs en constante transformation. Cela ne soulève-t-il cependant pas d'autres paradoxes? Par exemple, qui suis-je alors outre les différents moments de mon existence? Suis-je un «je»? Nous savons que nous avons tous besoin d'un certain degré de cohérence dans notre vie pour nous reconnaître nous-mêmes et pour que les autres nous reconnaissent aussi ...

Comment défaire le noeud gordien? Je dus alors retourner à la question de la genèse de l'identité et s'ajoutèrent aux travaux de Guex ceux de Winnicott, un psychanalyste britannique, qui parle, entre autres, du «sense of being». J'avais toujours la conviction qu'il fallait parler de l'identité personnelle, virtuellement de l'identité sociale, mais en fonction de dimensions affectives aussi bien que cognitives. Or, Winnicott, même s'il ne traite pas spécifiquement de la notion de l'identité, parle de l'évolution de la personne. Selon lui, la personne, pour se développer à sa pleine mesure, doit ressentir une espèce de sentiment de contiguïté avec l'autre. La contiguïté avec l'autre étant définie ici plus particulièrement par le rapport avec la «caring person», la première personne qui «prend soin», la plupart du temps, la mère. Ce sentiment de contiguïté, qu'on pourrait appeler une espèce de sentiment de confiance absolue, est une condition que je qualifierai de condition *sine qua non* à la construction de l'identité, à la lente construction d'une identité qui pourra se transformer, incluant la construction de l'identité sur le

plan cognitif, sur le plan des représentations. Autrement dit, le sens — au sens de représentation — de l'identité qui va se construire et se transformer, repose d'abord et avant tout sur ce sentiment de contiguïté ou de rapport premier avec la «caring person» qui induit un «sense of being» ou un sentiment du droit à être, qui n'est pas encore le sens de l'identité comme tel, mais une espèce de sens du droit à être là, que ne possédaient pas les abandonniques de Guex. Les abandonniques, si on se rappelle bien, souffraient du syndrome d'abandon parce qu'ils disaient avoir été refusés (non désirés) par la mère ou par la «caring person». Ils n'arrivaient dès lors pas à se poser, n'avaient pas le sentiment d'avoir le droit de se poser, comme personne, et de se construire une identité.

Je soutiens par conséquent que le «sense of being» ou le sentiment du droit à être là, induit par ce rapport de contiguïté avec l'autre, ne définit pas l'identité de la personne mais est une condition *sine qua non* de son acquisition. Cela se situe sur un plan affectif, très tôt dans la vie de l'enfant. Par contre, ce «sense of being» ne définit pas l'identité sur le plan des représentations que la personne a d'elle-même.

Il existe une abondante littérature sur les représentations identitaires. William James (entre autres), dans sa définition du concept de soi et d'identité, va séparer le «je» et les «moi». Le «je», est l'instance qui pense les différents «moi», qui «subjectivise» mes différents «moi», matériel, corporel et social. Toutefois, même si je multipliais les moi, si j'ajoutais un moi amoureux, un moi religieux, etc., mon identité serait de type mosaïcal s'ils n'étaient pas rassemblés par une instance quelconque. Ne suis-je que la somme de mes moi détachés? La réponse de James est qu'il y a en moi un «je» et que ce «je»-là va penser ces différents «moi» et faire le lien entre eux.

Ce «je»-là est théorisé en 1908. Aujourd'hui, on parle de métacognition avec Flavell et Pinard, entre autres. La métacognition, c'est la possibilité, pour la personne, de réfléchir sur ses propres stratégies cognitives. Ne retrouve-t-on pas là, rajeuni et modernisé, le «je» de James? J'ai quelque chose ou quelqu'un en moi qui va pouvoir réfléchir et agir, c'est-à-dire avoir une possibilité d'interaction volontaire sur mes transformations identitaires, qui ne sont par conséquent pas seulement subies. Cette position s'inscrit en faux contre les thèses déterministes qui soutiennent que l'être humain est complètement conditionné par son milieu ambiant. Ce «je»-là est l'expression de la possibilité de la personne de réagir, ou d'avoir une certaine possibilité de réaction par rapport à sa propre identité contre un déterministe social absolu.

En continuant dans cette veine de la genèse évolution-transformation de l'identité, les travaux de Pierre Tapp sont venus alimenter ma réflexion. Tapp identifie six moments dans le processus qu'il va appeler d'identification/identisation de la personne où il fait une distinction entre le processus d'identification et d'introjection et le processus de singularisation, les deux

faisant par ailleurs partie du processus global d'identisation (ou de développement de l'identité). Pour Tapp, dans l'idée du même, «idem», il y a la «même chose», mais il y a aussi «is dem» qui veut dire je suis «cela», je suis le/la même, mais je suis aussi «cela» bien spécifiquement qui me singularise. Ces six étapes du développement que je ne peux reprendre ici décrivent ce processus d'identification/singularisation. Ce processus va s'effectuer par ressemblance/différenciation. L'avant-dernière étape «l'identification catégorielle», d'inspiration piagétienne, se produit vers l'âge de 10 ans (bien qu'elle ait commencé à se construire avant). Nous sommes alors dans la phase de la préadolescence, au moment de la catégorisation sociale des individus. Il y a alors identification à un groupe au détriment d'autres dont on voudra se différencier. On pense par exemple au phénomène bien connu des «gangs», né de la volonté d'identification/rassemblement, qui se nourrit de préjugés à la fois positifs et négatifs. M'ont été utiles ici les travaux de Francis Aboud (Université McGill) sur la naissance et la rigidification du préjugé.

Les jeunes enfants font peu preuve de préjugés les uns envers les autres. Si on en trouve quelques traces, elles seront l'effet de la transmission sociale par les parents. Si vous demandez à un enfant du préscolaire ou du primaire par exemple: «Pour toi, est-ce que les noirs sont paresseux?» Peut-être répondra-t-il: «Ah! oui», si ses parents se sont servis d'expressions semblables. Par contre, son meilleur ami dans la classe peut très bien être un noir africain. Les travaux de Anne Laperrière, par exemple, professeure-chercheure au département de sociologie de l'UQAM, confirment le fait de la rigidification du préjugé au moment de la préadolescence et de l'adolescence. On entrevoit déjà ici les implications de ces études pour l'éducation interculturelle, à savoir qu'il faut une intervention précoce auprès des jeunes enfants.

Genèse, développement, identification/singularisation, il manquait à la définition de l'identité le concept de cohérence auquel je faisais référence plus tôt. Nous avons vu que l'identité mosaïcale retrouvait une certaine unité par la voie du «je». Or, ce je permet une symbolisation, une symbolisation cohérente de la personne à un moment précis de son histoire personnelle. L'identité, selon moi, et le sentiment d'identité proviennent donc plus d'un sentiment d'adéquation à soi-même, je pourrais dire de congruence, fonction d'une symbolisation adéquate à un moment précis de mon histoire personnelle. Une symbolisation qui intègre les moments précédents dans une reconstruction, une «reconstruction narrative», ou «narrative reconstruction», telle que thématisée, entre autres, par des psychologues (Chandler) et par des philosophes (Taylor). Il s'agit d'une reconstruction cohérente en termes de sens que je donne à toute mon histoire personnelle qui fait que je me retrouve moi-même et me trouve une identité aussi à travers cela. Voilà qui désamorce le paradoxe continuité/transformation en le remplaçant par le plus convivial couple cohérence/transformation.

Ainsi l'identité d'une personne est-elle fonction à la fois d'un rapport de contiguïté à l'autre, c'est-à-dire du sentiment du droit à l'existence cautionné par la confiance de l'autre, de la signification qu'elle donnera à sa propre histoire et de sa congruence à un moment précis de son histoire personnelle (pour qu'il y ait adéquation à soi-même). L'identité se profile et se constitue par ailleurs à la jonction des processus d'identification et de singularisation.

Après m'être penchée sur la question de l'identité personnelle, que je préfère appeler identité psychologique (psychocognitive et psychoaffective), je me suis interrogée sur l'autre dimension essentielle de l'identité globale d'une personne, soit l'identité sociale ou collective. Celle-ci est formée des relations qu'entretient la personne avec toutes ses communautés d'appartenance, famille, ethnie, religion, etc. Il n'existe pas qu'une identité sociale ou collective de la personne; celle-ci est forgée de l'interrelation de toutes ses relations avec les diverses communautés, ce qui rend la question fort complexe.

Il fallait également établir quel était le lien entre l'identité personnelle et l'identité sociale. Question non moins complexe. J'ai tenté de voir, dans un premier temps, ce qu'il y avait de commun entre les deux. Les travaux de Carmel Camilleri m'ont aidée dans cette quête. Dans son ouvrage sur l'identité, on retrouve entre autres, un article de Vasquez qui décèle une constante chez les personnes ayant une identité assez affirmée au plan social. Cette constante prend la forme de l'estime de soi ou de la valorisation de soi, qu'on ne pensait pas retrouver sur le plan social, mais seulement sur le plan de la psychologie individuelle! Or, Vasquez montre, à l'aide de plusieurs exemples de cas d'immigrés hispanophones en France, que les individus s'adaptent ou non (ceux qui retournent dans leur pays ou qui deviennent des mésadaptés dans le pays d'accueil), selon que ces personnes auront été minimalement valorisées par leur milieu. Elle donne, entre autres, l'exemple d'un réfugié politique qui ne s'est pas intégré du tout, a fait une dépression et après cinq ans, est retourné, non pas dans son pays d'origine parce qu'il en était empêché pour des raisons politiques, mais dans un pays voisin en Amérique latine. Ce réfugié politique était, dans son pays d'origine, quelqu'un de formé en sciences sociales et reconnu par la société. Il était également très actif dans le parti politique auquel il adhérait et était pratiquement perçu comme un héros. Arrivé en France, il est appelé à travailler comme ouvrier sur une chaîne de montage. Il est incapable de s'intégrer au groupe. Sa santé psychologique péréclite graduellement et il manifeste bientôt tous les symptômes de la dépression jusqu'à ce qu'il décide de retourner dans un pays voisin du sien.

Vasquez donne d'autres exemples de personnes qui, elles, se sont intégrées dans le milieu d'accueil. Une constante: il y avait toujours sur le plan du travail, sur le plan des relations interpersonnelles «valorisation» de la personne. Retour à la case-départ, au sentiment de contiguïté essentiel sans lequel, de toute façon, il n'y a pas d'échange possible. S'il n'y a pas d'échange possible, je ne suis pas confirmé dans ce que je suis et je ne confirme pas l'autre dans ce qu'il est non plus.

Le lieu commun ou le lieu de jonction entre l'identité personnelle ou psychologique et l'identité collective serait donc un motif d'ordre psychologique, soit la valorisation de la personne.

Ce parcours dans l'analyse du concept d'identité m'a ensuite amenée à mettre au jour les implications qui en découlaient pour l'éducation interculturelle. De façon très synthétique, elles peuvent être énumérées comme suit:

— Valoriser la personne, favoriser le développement de l'estime de soi des élèves, auquel l'attitude de l'enseignant, attitude de confiance/contiguïté, va contribuer.

— Élaborer une définition situationnelle de l'identité ethnique, c'est-à-dire montrer aux élèves que l'identité se transforme, aussi bien sur le plan personnel que sur le plan ethnique.

— Favoriser la coopération plus que la compétition (cette étape de l'analyse est en cours et constituera le prochain moment de la recherche). Particulièrement au niveau primaire, axer les pratiques, les activités éducatives, sur les ressemblances plus que sur les différences, sans toutefois occulter ou nier les différences, afin de susciter la coopération. L'accent mis sur les différences engendre en effet compétition et getthoïsation. Au niveau secondaire, toutefois, cela est peut-être plus discutable, puisque comme la catégorisation et les préjugés étant déjà là, il faut peut-être d'abord faire éclater les différences et parler des ressemblances ensuite[3].

— Intégrer dans le curriculum des exemples puisés à diverses sources ethniques et ce, à travers toutes les disciplines. Prendre pour un concept particulier, le temps par exemple, différents exemples ponctuels empruntés à différentes cultures.

— Favoriser l'identification à des personnes ressources de communautés diverses, administrateurs, professeurs, etc. On fonctionne beaucoup par modèle et si on n'a pas de modèle devant soi, on ne croit pas en la faisabilité de la chose ... Il devrait donc y avoir chez les enseignants de plus en plus de représentants des communautés culturelles, des administrateurs d'école, etc.

— Se pencher sur la question de la densité ethnique des écoles, c'est-à-dire la proportion des gens d'origine québécoise francophone, par exemple, pour les écoles francophones et d'origine ethnique autre. Actuellement, c'est anarchique ici à Montréal. C'est-à-dire que la répartition se fait par quartier, au hasard des flots migratoires. Je pense que la répartition en termes de densité ethnique idéale dans les écoles devrait être de 50% de personnes de la communauté d'accueil et de 50% de personnes d'origines ethniques autres. Pour qu'il y ait

3 Cette discussion sur la séquence ressemblance-différence mérite une analyse plus fine dont j'ai déjà rend'u compte ailleurs (voir références).

intégration, il faut en effet qu'il y ait une base commune sur le plan de la langue, sur le plan de la culture. Par contre, pour qu'il n'y ait pas domination du groupe ethnique majoritaire ou assimilation totale par celui-ci, le groupe composant les communautés ethniques autres doit être assez important.

— Mettre sur pied plus de projets PELO (projet d'enseignement de la langue d'origine) qui ont démontré qu'il faut qu'il y ait un bon apprentissage de la langue maternelle pour qu'il y ait un bon apprentissage de la langue seconde.

Je mets ici un terme à ce très bref exposé d'un itinéraire de recherche, en étant bien consciente des lacunes qu'il comporte - synthèse oblige. Mais mon but était plutôt de retracer avec vous le parcours d'un itinéraire de recherche pour en exposer la trame qui, sinon, reste invisible. *Il s'agit d'un parcours possible parmi d'autres. Il n'a qu'un mérite: celui de montrer que la recherche se fait pas à pas, le premier engendrant le suivant; que la rigueur conceptuelle en est la méthode première, mais que celle-ci n'exclut ni l'intuition ni l'idée ou l'association qui font bifurquer des sentiers déjà tracés.*

Bibliographie

Gohier, C. (1988). Sens de l'identité et représentation de soi, vers une éthique de la responsabilité, *Séminaires sur la Représentation, no 26*. Montréal: CIRADE, Université du Québec à Montréal, mars, 12 pages. (Repris avec quelques modifications *dans:* Sens de l'identité et rapport à l'autre: genèse d'une éducation à la responsabilité (1989), *Revue canadienne de l'éducation, 14*(4), pp. 471-481.

Gohier, C. (1990). Le concept d'identité depuis William James, *Revue québécoise de psychologie, 11*(1), pp. 1-18.

Gohier, C. (1993). Identité personnelle et sociale: éduquer à la différence ou à la ressemblance. *Libérer la recherche en éducation. Actes du 3e congrès des sciences de l'éducation de langue française au Canada,* sous la direction de L.G. Bordeleau, M. Brabant, B. Cazabon, F. Desjardins, R. Leblanc. Vanier: CFORP, *Tome 1*, pp. 113-119.

Gohier, C. (à paraître). Étude des rapports entre les dimensions psychologique et sociale de l'identité chez la personne: implications pour l'éducation interculturelle, *dans:* C. Gohier et M. Schleifer (dir.): *La question de l'identité: implications pour l'éducation dans une société pluriethnique*. Montréal: Logiques (en version anglaise également chez le même éditeur).

Gohier, C., Lefebvre, M.L. (1990). Le processus d'identisation en milieu scolaire pluriethnique, *Contenus et impacts de la recherche universitaire actuelle en sciences de l'éducation, Actes du 2e congrès des sciences de l'éducation de langue française au Canada,* Université de Sherbrooke, *Tome 3*, Enseignement et apprentissage, pp. 789-795.

CHAPITRE 2

COMMUNICATIONS

LES GRILLES D'HORAIRES DE L'ÉCOLE SECONDAIRE DU QUÉBEC

Carole St-Jarre
CIRADE, Université du Québec à Montréal

Résumé

L'établissement de la grille d'horaires de l'apprentissage des élèves de l'école secondaire publique francophone du Québec est marqué historiquement par des conditions de nature diverse. Au fil des ans, différents modèles sont mis en pratique. Par ailleurs, le survol de cette histoire laisse voir certains malaises à peine dix ans après la mise en place de la réforme au milieu des années soixante. La mesure de relance implantée en 1981 en vue de redresser la situation, comporte alors des prescriptions spécifiques au temps d'apprentissage de l'élève. Les malaises persistent et d'autres se manifestent, poussant plusieurs participants aux activités de l'école à pointer du doigt le temps et ses modèles. On s'aperçoit toutefois que l'interprétation hâtive de la recherche éducationnelle, la complexité de la situation, de même que la méconnaissance du propre cadre de référence de l'élève, compromettent sérieusement chez lui, la réalisation des attentes socioéducatives. Cet ensemble de facteurs peut conduire à une rupture de sens des activités d'apprentissage.

La présente communication veut mettre en évidence le fait que la grille d'horaires de l'élève de l'école secondaire du Québec constitue une importante dimension de l'apprentissage de l'élève. Il s'agit d'un fait récent dans l'histoire de l'éducation scolaire québécoise. Ainsi, dans une perspective historique, il faut en premier lieu considérer l'ensemble des facteurs qui président à l'établissement de la grille d'horaires en question. Puis, de la même manière et en second lieu, présenter les principaux modèles mis en pratique et les malaises qui en découlent. Finalement, la troisième partie présente une discussion au sujet de ces malaises. Auparavant, il convient de prendre connaissance de quelques faits utiles à la suite de l'exposé.

L'archétype

La grille d'horaires de l'apprentissage de l'élève tire d'abord son importance du fait qu'elle se définit comme un modèle spécifique d'organisation du temps de la vie. Le temps est en effet une dimension fondamentale de l'existence humaine dès lors qu'il est structuré (rythme) et mesuré (durée et fréquence) par les sociétés, en réponse plus ou moins spécialisée selon leur degré de développement à des exigences existentielles (Molet dans Poirier, 1990). L'école secondaire du Québec et sa grille d'horaires constitue une telle réponse aux exigences et attentes sociales d'ici.

Colloque Élève, école, société. CIRADE, UQAM, 1993, pp. 23-32.

Dans la société québécoise, comme dans toute société occidentale, le temps des activités sociales est structuré sur une base annuelle, comportant douze mois (janvier, février, etc), 52 semaines, 365 jours (lundi, mardi, etc) et mesuré en termes d'heures et de minutes. Les activités se déroulent selon une certaine fréquence (ou non), à une date fixée et inscrite à une grille d'horaires dans le respect des prescriptions civiles et religieuses d'appartenance chrétienne. Cet archétype du temps constitue le tout premier cadre de référence permettant d'établir la grille d'horaires de l'école secondaire et par le fait même celle de l'apprentissage de l'élève. Dans cette perspective, les objectifs éducatifs contribuent, ainsi que nous le voyons dans la section suivante, à caractériser la grille d'horaires d'apprentissage de l'école secondaire.

1. Les objectifs éducatifs

La première période de l'histoire récente de l'école secondaire publique francophone en est une de restructuration à l'image des profonds changements qui marquent au Québec, le passage d'une société de type rural à une société de type industriel. Dans cette perspective, le Ministère de l'éducation et ses instances locales veulent assurer la productivité maximale de l'école grâce à la gestion efficace des relations interpersonnelles, de la technologie éducationnelle et des ressources de diverse nature. Ainsi, à partir de 1965, l'école polyvalente est accessible à tous les jeunes âgés de douze à seize ans, et offre une formation générale commune de même qu'une orientation plus ou moins poussée selon les besoins particuliers, en vue du développement personnel et de l'insertion de ces jeunes dans la société québécoise contemporaine (Rapport Parent, 1964).

Ces buts et objectifs, rattachés à une conception à la fois mécaniste et organique de l'éducation s'actualisent dans l'organisation de services éducatifs d'une durée de cinq ans. L'apprentissage de l'élève est basé sur six ou sept programmes cadres (matières) obligatoires et optionnels, dont les contenus sont peu explicites. L'évaluation plus ou moins organisée des apprentissages relève à la fois du ministère et de l'enseignant, et la promotion d'un degré à l'autre du secondaire s'effectue par matières. La sanction des études est sujette à un seuil de réussite fixé à 50% (MÉQ, 1964; 1971; 1977).

La seconde période démarre en 1981 à la suite d'une vaste réflexion visant à faire le point sur la réforme enclenchée depuis un peu plus de dix ans (MÉQ, Livre Vert, 1977). Le «Règlement concernant le régime pédagogique du secondaire» précise en effet la nature et le cadre d'organisation des services éducatifs. Tout en maintenant ses buts et objectifs généraux, le ministère met l'accent sur la décentralisation de l'administration des services de même que sur la participation de tous les agents locaux à l'activité de l'école. Des services d'enseignement, complémentaires et particuliers, de responsabilité locale, axés sur la formation générale ou professionnelle, favorisent l'accessibilité, la personnalisation des services et l'égalité des chances chez les élèves (MÉQ, 1981, article 1).

En formation générale, c'est le cas qui nous occupe, les services d'enseignement visent le développement de la compétence des élèves dans une dizaine de disciplines (programmes/matières) obligatoires et optionnelles, conduisant aux études postsecondaires. L'apprentissage des «nouveaux» programmes est évalué de manière systématique aux niveaux national et local et la promotion des études s'effectue par matières selon un seuil de réussite fixé à 60% (MÉQ, 1981).

Ainsi, l'examen des objectifs socio-éducatifs, fixés, rappelons-le en référence au modèle original de grille d'horaires, suggère, dans les paragraphes suivants, une organisation scolaire aux multiples facettes.

- **L'organisation scolaire**

Au Québec, la réalisation des objectifs éducatifs de l'école secondaire repose sur un ensemble de facteurs organisationnels qui caractérisent aussi l'établissement de la grille d'horaires d'apprentissage de l'élève. Par exemple, la technologie informatique exige la compatibilité des données nominales (activités, semaines, jours, etc) avec les données numériques (nombre d'élèves, d'enseignants, de locaux, etc.) constitutives de la grille d'horaires. Les notions de «blocs» (activités) et de «cycles» (semaines et jours scolaires) de même que la numérotation de ces données constituent une contribution utile en ce sens.

Aussi, au cours des années, les ententes nationales intervenues entre le Ministère de l'éducation et ses ressources humaines sont des conditions déterminantes de la grille d'horaires de l'élève, puisqu'on y fixe par exemple l'emploi du temps d'enseignement (1000 minutes/semaine), le nombre d'élèves par groupe/matières (23), etc. Puis, la grille d'horaires est sujette au «Règlement du Comité catholique du Conseil supérieur de l'éducation» qui prescrit les conditions d'apprentissage du programme (obligatoire) d'enseignement moral et religieux catholique (100 minutes/semaine).

Finalement, ces facteurs s'inspirent en général des résultats de recherche éducationnelle que les instances ministérielles et locales traduisent en autant de critères et attentes susceptibles de contribuer à la réalisation satisfaisante des buts et objectifs éducatifs. On souhaite ainsi que l'apprentissage de l'élève s'effectue grâce à l'individualisation de l'enseignement, à l'utilisation maximale du temps disponible, à l'interaction des participants aux activités de l'école, à l'optimalisation des ressources humaines et matérielles, à l'intégration des apprentissages, aux bonnes relations entre les enseignants et les élèves, au soutien à la motivation des élèves, à l'évaluation formative et sommative des apprentissages, au bon climat d'école, etc. (MÉQ, 1964; 1971; 1974; 1981; 1987).

Par ailleurs, le Ministère de l'éducation détermine avec plus ou moins de précision les modalités de répartition du temps d'apprentissage. Les paragraphes suivants en font état.

- **Les prescriptions ministérielles**

Pendant la première période de la restructuration de l'école secondaire publique francophone, soit de 1965 à 1981, il faut admettre que les prescriptions ministérielles concernant le temps scolaire sont à toutes fins pratiques inexistantes. On se contente de fixer le calendrier scolaire de l'élève à 180 jours ou 36 semaines de cinq jours (lundi au vendredi) chacune et de fournir des pistes issues des plus récentes données psychologiques en ce domaine (Rapport Parent, 1964). La seconde période laisse toutefois voir que les orientations socio-éducationnelles du Québec contemporain imprègnent profondément la grille d'horaires de l'élève (MÉQ, 1981)

En effet, à partir de 1981, le «Règlement concernant le régime pédagogique du secondaire», scandant le passage du temps rural au temps moderne, modifie en les intégrant les modalités déjà existantes concernant le calendrier scolaire. Dans ces conditions, on fixe pour l'élève, le seuil minimum du temps d'apprentissage des matières en termes d'année (180 jours) et de semaine scolaires (25 heures: 1500 minutes), de même que la durée de sa journée scolaire (8 h 30 à 16 h 30). On fixe aussi la durée de son repas du midi (minimum 50 minutes), de même que celle de ses récréations et déplacements entre les cours (minimum cinq minutes) en précisant que ces minutes sont en sus du temps prescrit. Les services complémentaires et particuliers aux élèves se réalisent durant ou en sus de ce temps (MÉQ, 1981, articles 23; 24; 25).

Puis, les articles 26, 36, 42, 43, 47, (MÉQ, 1981) règlent la répartition du temps des matières d'apprentissage. Les objectifs et contenus notionnels obligatoires des activités d'apprentissage sont désormais structurés et mesurés en unités/heures. Or, une unité correspond à 25 heures d'activités et l'attribution d'un nombre d'unités/heures spécifique à chaque matière d'apprentissage indique son importance en vue du développement de l'élève et de la société. Par exemple, la Mathématique vaut six unités/heures (150 heures/année), l'Écologie vaut quatre unités/heures (100 heures/année), la Formation personnelle et sociale vaut deux unités/heures (50 heures/année), etc.

Finalement, on maintient la promotion par matière d'une année à l'autre du secondaire mais la sanction des études est désormais fonction de l'accumulation d'unités/heures et conditionnelle à la réussite de 130 unités/heures sur un total minimum possible de 176, dont 42 unités/heures obligatoires (MÉQ, 1990).

Le survol de l'histoire récente des conditions d'établissement de la grille d'horaires de l'école secondaire publique francophone du Québec laisse voir tout le poids qu'elles exercent auprès des activités d'apprentissage de l'élève: la grille d'horaires constitue la structure et la mesure du temps d'apprentissage, de même que le critère d'évaluation de celui-ci. Tributaire des approches mécaniste et humaniste de l'éducation, la grille d'horaires porte l'empreinte des paradigmes socioculturels industriel et existentiel (Bertrand et Valois, 1982). Dans cette ligne de pensée, la seconde partie de l'exposé présente les modèles de grilles d'horaires mis en pratique pendant ces deux périodes de même que les malaises qui les accompagnent et s'y rattachent semble-t-il.

2. Modèles et malaises

Les écoles secondaires disposent de plusieurs modèles de grille d'horaires d'apprentissage de l'élève, en provenance d'autres provinces canadiennes, elles-mêmes redevables des efforts américains des années soixante et soixante-dix, si on en juge d'après une bibliographie de quelque 400 titres de monographies, articles de revues et thèses, publiée en 1978 par «Canadian Teacher's Federation».

Ainsi, pendant la première décennie de la restructuration de l'école, soit de 1965 à 1975, les exigences ministérielles et leur mise en application donnent lieu à l'établissement d'une grille d'horaires somme toute assez simple: le temps d'apprentissage de six ou sept matières obligatoires et de quelques matières optionnelles est réparti pendant cinq jours (30 cours/semaines) comprenant six ou sept périodes par jour d'une durée de 45-50 minutes chacune (1500 minutes/semaines) pendant cinq, six, ou sept jours/cycle. Il s'agit du modèle conventionnel.

Or, déjà, vers 1975, on voit poindre de sérieux malaises: imprécision des programmes-cadres, démobilisation du personnel enseignant, insuffisance de l'encadrement, difficulté d'entretenir les relations harmonieuses et efficaces entre les différents types de participants, déshumanisation de l'école, pauvreté des services offerts aux clientèles en difficultés, laxisme et inadéquation de l'évaluation des apprentissages. Et déjà, le temps est pointé du doigt (MÉQ, Livre Vert, 1977). C'est ainsi que le «Règlement concernant le régime pédagogique du secondaire» vient relancer les services éducatifs du Gouvernement du Québec, particulièrement, ainsi qu'on l'a vu, en prescrivant le temps d'apprentissage de l'élève (MÉQ, 1981). Face à cette situation, les instances locales recherchent donc le modèle de grille d'horaires le plus «avantageux».

Dans cette perspective, le modèle conventionnel retient toujours l'attention à cause de son harmonisation avec la convention de travail en vigueur jusqu'en 1986. On y voit défiler une quantité impressionnante de groupes/matières/jour (six ou sept), de même que celle des battements marquant le passage d'un groupe/matière à l'autre (cinq ou six par jour), l'entrée et la sortie de l'école (matin, midi, après-midi) et les déplacements (huit ou neuf par jour) qu'occasionnent ces battements. Certains participants aux activités de l'école croient qu'ici, le temps est trop «court», qu'il n'y a pas «assez» de temps alloué à l'apprentissage des nouveaux programmes/matières fortement structurés de même qu'aux autres services éducatifs.

Puis, certaines écoles adoptent le modèle semestriel, où les cours durent 75-80 minutes, à raison de quatre cours par jour, selon des cycles de neuf jours, pendant deux années scolaires de 90 jours chacune. Ainsi, la quantité de groupes/matières/jour (quatre) de même que celle des battements (trois) et déplacements (six) diminue par rapport à la situation du modèle conventionnel, et la quantité de matières d'apprentissage passe de dix par année à quatre ou cinq par semestre.

Finalement, c'est une variante de ce modèle, le modèle mixte, qui a la faveur de l'école, en maintenant la répartition des dix matières d'apprentissage pendant l'année conventionnelle de 180 jours. Certains apprécient à prime abord ou le modèle semestriel ou le modèle mixte parce qu'ils ont l'impression que le temps est plus «long», qu'il y a «plus» de temps pour l'apprentissage. Ces deux modèles se répandent d'ailleurs de manière assez importante à partir de 1981.

Somme toute, nous sommes en présence de trois modèles de grille d'horaires de l'apprentissage de l'élève du secondaire, chacun offrant, selon les documents de soutien ministériel, des vertus certaines dans la mesure où ils sont fidèles aux conditions examinées ci–haut (MÉQ, 1974; 1981; 1987). Quoiqu'il en soit, on constate au milieu des années quatre-vingt, qu'en plus des difficultés manifestées en 1975, s'ajoutent de sérieuses insatisfactions mettant le temps en cause: le climat se détériore, il y a trop de circulation, on utilise mal les locaux de cours; le temps manque quand on veut approfondir les apprentissages, le rendement des élèves est insuffisant; le «suivi» des élèves est plus ou moins possible, l'absentéisme est à la hausse, etc.

Puis, en juin 1988, le temps est directement et à peu près exclusivement pointé du doigt dans un article du bulletin «Nouvelles» publié par la «Corporation de enseignants»: manque de temps pour développer les relations professionnelles, pour les relations avec les parents, pour rencontrer les élèves, préparer les cours, faire les corrections, préparer les bulletins et les rapports, étudier les nouveaux manuels, se coordonner, planifier l'étape suivante, discuter de pédagogie, manque de temps parce qu'il y a trop d'élèves par groupe... parce qu'il y a trop de groupes par semaine et parce qu'il est mal aménagé ...

Finalement, tous les efforts des instances locales en vue d'appliquer le régime pédagogique (MÉQ, 1981), y compris les mises à l'essai, simulations, statu quo, en rapport avec la grille d'horaires d'apprentissage de l'élève aboutissent en 1991 à un constat ministériel inquiétant: près de 40% des jeunes du secondaire abandonnent l'école sans diplôme d'études. L'une des cinq voies d'action envisagées en vue d'accroître la réussite scolaire du plus grand nombre et de contrer l'abandon scolaire consiste à répartir autrement le temps d'apprentissage, à «rallonger» l'année scolaire, etc. (MÉQ, 1991).

On voit donc que la pratique des modèles de grille d'horaires en question, établies en réponse à des attentes sociales, suscite, semble-t-il, des malaises profonds. Les retombées de cette pratique, eu égard à l'issue des apprentissages de l'élève du secondaire, soit son développement personnel et social, de même que son éventuelle insertion dans la société québécoise, sont des faits qui méritent par ailleurs qu'on s'intéresse à la situation. C'est le sujet de la prochaine section.

3. Discussion

Nous sommes particulièrement intéressées par le fait que la notion du temps d'apprentissage a pris un visage nouveau et par le fait que les malaises persistent depuis une quinzaine d'années. Nous pensons que celui-ci relève de celui-là. Deux éléments militent en ce sens.

D'abord, nous avons consulté de première main les écrits colligés par le Ministère de l'éducation du Québec à l'intérieur de documents de soutien diffusés auprès des instances locales (MÉQ, 1974; 1987). On y retient particulièrement les travaux du «Ontario Institute for Studies in Education» (OISE, Brophy, 1975; King et al., 1975; Davis et al,. 1977; King et al., 1977). Ainsi, le ministère prétend, à leur suite, que le modèle semestriel et ses variantes (trimestriel, mixte) favorisent la réalisation satisfaisante des objectifs éducatifs et contribuent au surplus à niveler la plupart des difficultés évoquées plus haut. Par ailleurs, le ministère passe sous silence les conclusions de Brophy (1975) et Davis (1977) de même que celles des études subséquentes (Raphaël, et al., 1986a; 1986b; Stennett, 1988; Sharman, 1989) qui mettent en évidence l'interdépendance du temps d'apprentissage avec d'autres facteurs d'école et de classe: tout n'est pas égal par ailleurs.

Ensuite, nous avons vérifié la portée du discours «avantageux» du ministère (MÉQ, 1974; 1981; 1987) auprès d'enseignants oeuvrant dans le cadre de trois modèles. Leur unanimité, tous modèles confondus, est à double entrée: administrative et sociopédagogique. Par exemple, au plan administratif, les enseignants disent qu'on sous-estime l'importance des ententes nationales de 1982 et 1986 concernant les conditions de travail, du moins en ce qui concerne l'emploi du

temps. De même, les ententes concernant le transport des élèves, où tous les niveaux d'études (maternelle, primaire, secondaire) sont impliqués, imposent des contraintes à l'encadrement des élèves, donc au temps d'apprentissage.

Aussi, les facteurs sociopédagogiques qui influencent l'apprentissage, outre le temps, sont multiples, de diverse nature, et leur degré d'influence est d'importance relative. La nature des services éducatifs est complexe: «grosses» (6 unités) et «petites» (2 unités) matières, une quantité croissante d'objectifs cognitifs obligatoires, une dizaine de services complémentaires, des services particuliers de plus en plus spécifiques (St-Jarre et Dupuy-Walker, 1990).

En somme, nous avons été à la fois saisies par une espèce de mystification et par la réalité complexe de l'école secondaire où le temps d'apprentissage se déroule. Cette mystification, due en partie à une interprétation hâtive des écrits, constitue peut-être l'une des sources des malaises de l'école secondaire. Les conditions mêmes d'établissement de la grille en serait une autre. Par ailleurs, l'histoire montre que la mystification et les malaises ont la vie dure (MÉQ, 1991). Faut-il penser que le temps est venu d'envisager la situation autrement?

À la recherche d'un nouvel archétype

Il faut reconnaître au terme de cet exposé, que la grille d'horaires de l'élève de l'école secondaire publique francophone du Québec, constitue, du moins depuis une douzaine d'années, une importante dimension de son apprentissage. Les pressions sociales et autres qui s'exercent lorsqu'il s'agit d'établir cette grille sont nombreuses, probablement légitimes, de nature diverse. Mentionnons les prescriptions ministérielles qui conditionnent spécifiquement et directement la réussite des apprentissages de l'élève (MÉQ, 1981; 1990). D'ailleurs, les modèles de grille d'horaires ne répondent pas toujours aux attentes en question, il s'en faut, attentes en partie porteuses d'une profonde méprise au sujet de la notion du temps, sinon des malaises qui s'y rattachent.

Or, il faut peut-être chercher ailleurs, la source des malaises en question. En effet, il semble que d'autres facteurs ou conditions comme le style et le rythme de chacun, les objectifs de chacun, les conceptions de chacun face à l'apprentissage, le temps privé de chacun, etc., président à l'établissement d'une grille d'horaires. Il s'agit du temps propre des élèves (St-Jarre et Dupuy-Walker, 1990).

On peut ainsi penser que le temps d'apprentissage de l'élève comporte deux versants: l'un est externe aux activités, métrologique, tandis que l'autre est interne, plus ou moins visible. Ce versant, probablement masqué par le premier, relève de lectures plus ou moins conscientes de la réalité sociale que les élèves possèdent sous forme de cadre de référence intime: orientations personnelles et professionnelles, conceptions, besoins, valeurs, objectifs (Molet dans

Poirier, 1990; Hall, 1984). Il s'agit à nos yeux, d'une condition fondamentale, centrale, à l'établissement de la grille d'horaires de l'apprentissage de l'élève. Le fait de méconnaître ce versant peut conduire à une espèce d'inadéquation entre le temps de la vie des élèves et leur temps d'apprentissage, sinon à une véritable rupture, chez eux, du sens du temps des actions scolaires, et donc de leurs apprentissages.

Nous pensons qu'il s'agit d'un problème qui mérite toute notre attention. Ainsi, prendre le pouls de cette rupture, connaître le degré d'aisance des personnes qui contribuent à la réalisation des services éducatifs par la médiation du temps de leurs activités, constituent une entreprise susceptible d'enrichir notre connaissance de la situation. De cette manière, selon la grille d'horaires en pratique, on verrait mieux aussi la solution, s'il en est, au problème que suscite l'organisation du temps de l'école secondaire du Québec.

Bibliographie

Bertrand, Y., Valois, P. (1982). *Les options en éducation*. Collection «Point de vue... point de mire». Québec: Ministère de l'éducation.

Brophy, B. (1975). *Semestering and the Teaching-Learning Situation*. Thèse de doctorat non publiée. Toronto: Université de Toronto.

Canadian Teacher's Federation (1978). Bibliographies in Education. *School Year Plans. N° 67*, November.

Davis, J.E., Ross, J.A., Ducharme, D.J., French, W. (1977). *The Impact of Semestering on Selected Secondary Schools in Ontario*. Toronto: Ontario Institute for Studies in Education.

Gouvernement du Québec (1964). Rapport Parent. Rapport de la Commission d'enquête sur l'enseignement dans la province de Québec. *Tome II. Les structures pédagogiques du système scolaire*.

Hall, E.T. (1984). *La danse de la vie*. Temps culturel, temps vécu. Paris: Éditions du Seuil.

King, A.J., Clements, J.L., Enns, J.G., Lockerbie, J.W., Warren, W.K. (1975). *Semestering the Secondary School*. Toronto: Ontario Institute for Studies in Education.

King, A.J.C., Warren, W., Moore, J., Bryans, G., Pirie, J. (1977; 1978). *Approaches to Semestering*. Secondary School Organization: Some Current Alternatives. (deuxième édition). Toronto: Ontario Institute for Studies in Education.

Ministère de l'éducation du Québec (1971). Conseil supérieur de l'éducation. *L'activité éducative:* Rapport annuel 1969-1970.

Ministère de l'éducation du Québec (1974). *L'année scolaire segmentée: rapport du comité pour l'étude d'organisation semestrielle* [document de travail]. (Études et documents: enseignement élémentaire et secondaire). Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (1977). *L'enseignement primaire et secondaire au Québec*. Livre vert.

Ministère de l'éducation du Québec (1981). *Règlement concernant le régime pédagogique du secondaire*. Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (1987). *L'enseignement semestrialisé*. Québec: Gouvernement du Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (1990). *Régime pédagogique du secondaire*. Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (1991). Notre force d'avenir: l'éducation. *Plan d'activité du Ministère de l'éducation 1991-1992*.

Poirier, J. (1990). *Histoire des moeurs. Tome 1. Les coordonnées de l'homme et la culture matérielle*. Encyclopédie de la Pléiade. Paris: Éditions Gallimard, pp. 181-412.

Raphaël, D., Wahlstrom, M.W., Mc Lean, L.D. (1986a). Debunking the Semestering Myth. *Revue canadienne de l'éducation, (11)1*, pp. 36-52.

Raphaël, D., Wahlstrom, M. (1986b). The Semestered Secondary School and Student Achievement: Results from the Second Ontario International Science Study. *Revue canadienne de l'éducation, (11)2*, pp. 180-183.

Sharman, R.G. (1989). *Student Satisfaction and Achievement related to Organizational Structure: A Study on Semestering in Junior High*. Éducation Canada. Automne. pp. 28-35.

Stennett, R.G. (1988). *Semestering: Effects on Student Attitudes and Achievement*. Revue canadienne de l'éducation, *(13)4*, pp. 497-504.

St-Jarre, C., Dupuy-Walker, L. (1990). *Les modèles de grilles d'horaires au Québec*: bilan et perspectives. Communication présentée au congrès de la Société canadienne pour l'étude de l'éducation. Victoria, juin.

LE RAISONNEMENT ALGÉBRIQUE
UNE RÉFLEXION ÉPISTÉMOLOGIQUE

Luis Radford
CIRADE, Université du Québec à Montréal

Résumé

*Nous abordons ici le problème du raisonnement algébrique sous un angle épistémologique à intérêt didactique, en examinant de près une **forme de pensée** qui est à la base d'une partie importante de l'activité mathématique ancienne en relation avec l'algèbre, à savoir la pensée analytique. Nous contrastons celle-ci à une autre **forme de pensée** (antérieure à celle-là), la pensée proportionnelle. Pour pouvoir mener notre analyse nous avons élaboré un cadre théorique qui prend en compte les relations entre les problèmes, les concepts et les méthodes de résolution.*

Introduction

Depuis quelques années, on observe un intérêt croissant, dans le cadre des recherches en enseignement des mathématiques, à comprendre ce qu'est le raisonnement algébrique. Cette question se veut un préalable ou un point de départ face à des actions à entreprendre sur le plan didactique, afin de faciliter aux élèves la construction des connaissances algébriques.

Pour Kieran (1991), la caractérisation de la pensée algébrique est liée à l'acte de généralisation, sans toutefois rester à ce niveau: pour elle, «*a necessary component is the use of algebraic symbols to reason about and to express that generalization*». Filloy et Rojano (1985) ont posé le problème en termes de la construction et de la structuration de ce nouveau langage algébrique, dont l'évolution est vue -entre autres choses- en fonction de l'apparition de nouveaux objets, des nouvelles opérations et d'une relation entre la sémantique et la syntaxe du nouveau langage, le symbolisme y jouant un rôle important. Un concept fondamental est ici celui du *Système Mathématique de Signes* (cf. Kieran et Filloy, 1987). Lins (1989), donne par contre moins d'importance au rôle joué par les symboles et distingue, dans le cadre de la résolution de problèmes, le champ numérique de référence et le champ analogique de référence (celui-ci constituant un terrain d'observation qui privilégie l'analyse qualitative de la résolution du problème). Nadine Bednarz et Bernadette Janvier ont développé une approche très intéressante face au problème de l'émergence du raisonnement algébrique, et ce en termes des sauts conceptuels qui marquent le passage à un mode de pensée algébrique et en termes des représentations que se fait le sujet du traitement des relations contenues dans l'énoncé du problème (cf. Bednarz et al., 1991, 1992).

Colloque Élève, école, société. CIRADE, UQAM, 1993, pp. 33-45.

Dans cet article, nous nous proposons de faire quelques considérations d'ordre épistémologique relativement au raisonnement algébrique dans la résolution de problèmes. Dans un premier temps, nous essaierons d'esquisser un cadre théorique -dont le but est de fournir une plate-forme d'observation et d'analyse de théories (ou corpus de connaissances) mathématiques- qui privilégie l'idée de *problème* et de *méthode de résolution*. Bien que ce cadre théorique se trouve encore à l'état embryonnaire, il suffira aux besoins de cette étude. Puis, à partir de certains exemples tirés de l'histoire des mathématiques, vue ici à la lumière de notre cadre théorique, nous allons tenter de repérer de près certains changements qui surviennent à l'intérieur de la théorie quand celle-ci atteint un niveau algébrique.

Le cadre théorique:

D'un point de vue épistémologique, nous nous proposons de considérer une *théorie* ou un *système* τ comme étant composé d'un ensemble (structuré) Ω de concepts (ou cadre conceptuel), d'un ensemble Π de problèmes, et d'un ensemble Σ de méthodes de résolution de problèmes[1].

Un problème ne se pose jamais *in vacuo*: il signifie problème par rapport à quelque chose, en particulier par rapport à un certain cadre conceptuel Ω. Ainsi, par exemple, les problèmes sur les nombres premiers, chez Euclide, relèvent du concept de diviseur d'un nombre. Il y a donc une relation de type Ω—>Π («Π *dépend de* Ω»).

Mais les problèmes Π qu'on envisage dépendent eux aussi des méthodes Σ dont on dispose: il y a ainsi une relation: Σ—>Π.[2] Autrement dit, les ensembles Ω et Σ sont liés à l'ensemble Π, par le fait que justement les concepts de Ω et les méthodes de Σ sont censés apporter des solutions aux problèmes contenus dans l'ensemble Π. On peut représenter cela par l'expression:

$$\Omega, \Sigma \text{—>} \Pi$$

D'autre part, les méthodes Σ d'une théorie dépendent des concepts, Ω, et des problèmes, Π, qu'on se pose:

$$\Omega, \Pi \text{—>} \Sigma$$

Par exemple, les méthodes générées pour résoudre le problème du calcul des zéros d'une fonction dépendent des concepts qu'on utilise (continuité de la fonction, dérivabilité, comportement de la dérivée dans un intervalle ...)

---

1 On prend ici le mot *théorie* dans un sens très général.

2 Souvent la *présentation* des problèmes Π de la théorie τ se fait en fonction de la méthode de résolution: c'est le cas du *Libro di Ragioni*, de Paolo Gerardi, par exemple (cf. Van Egmond, 1978).

Naturellement, il y a aussi une relation de type:

$$\Sigma, \Pi \text{—>} \Omega$$

Ainsi, par exemple, quand Lagrange se trouve confronté au problème π de la résolution de l'équation du cinquième degré, en utilisant les méthodes Σ de l'époque (basées essentiellement sur les opérations élémentaires de l'algèbre), il se voit obligé d'introduire de nouveaux concepts, comme celui de *fonctions semblables* (celles qui restent invariantes par le même groupe de permutations) ou celui d'*équation réduite* (cf. Radford, 1990).

Notre cadre théorique suppose que les *formes de pensée* C_τ qui permettent la construction cognitive d'une théorie $\tau = (\Omega, \Pi, \Sigma)$ sont liées aux relations X-->Y («Y *dépend de* X») qui s'établissent entre les composantes de τ, de sorte que l'*évolution* d'une théorie pourrait être mieux comprise, comme le suggèrent les exemples que nous venons de voir, justement à travers l'interaction des composantes de τ, donc à travers la relation «-->» («...*dépendre de*...») qui opère sur τ[3]. Autrement dit, l'étude de l'ensemble C_τ des *formes de pensée* qui sont à la base de la construction de la théorie t pourrait être abordée à l'aide du couple (τ, -->).

Bien sûr, il n'est pas question dans cet article, de nous occuper d'une étude minutieuse de l'évolution de l'algèbre: l'étude de la théorie algébrique τ et de ses composantes s'avère un travail d'une complexité majeure. Ainsi, à la place d'une étude longitudinale exhaustive, nous allons nous contenter ici, comme nous l'avons dit ci-dessus, de tenter de repérer certains changements qui surviennent quand une théorie atteint un niveau algébrique.

Nous allons analyser certaines procédures de résolution de problèmes qui proviennent des mathématiques babyloniennes et les comparer à la méthode que nous avons appelée méthode de l'*inconnue opérationnelle* de Diophante (cf. Radford, 1992). Il ne s'agit pas ici d'entrer dans la polémique -toujours ouverte- de la présence ou de l'absence d'une «algèbre» chez les babyloniens[4]: ce qui nous intéresse est de voir, à partir de segments fiables de l'activité mathématique d'autrefois que l'histoire met à notre disposition, quelle est la *différence* au niveau des *théories*, quand on passe de méthodes de résolution non analytiques aux méthodes de résolution analytiques[5].

---

3 Évidemment, il y a aussi d'autres relations qui peuvent faire qu'une théorie change, par exemple, les relations de la théorie avec la société dans laquelle la théorie se trouve placée.

4 Polémique qui glisse souvent dans le piège d'aller voir cette possible algèbre à la lumière de notre algèbre actuelle!

5 L'analyse est prise ici au sens de Pappus: on part de la supposition que la chose cherchée est déjà obtenue afin d'en dégager une suite de conséquences. Une discussion sur l'analyse comme méthode en algèbre se trouve dans Charbonneau et Lefebvre (1991) ou Lefebvre (1992).

Résolutions non analytiques: quelques témoignages

Les textes que nous allons étudier dans cette section proviennent des mathématiques qui ont fleuri en Mésopotamie, cette plaine bordée par les montagnes arméniennes, le massif montagneux du Zagros et le désert de Syrie, et parcourue par les eaux du Tigre et de l'Euphrate et sur laquelle se sont érigées des villes telles que Babylone, Sumer et Suse. Ces mathématiques ont attiré l'attention d'un certain nombre d'historiens et de mathématiciens, surtout à partir de la période entre les deux guerres, grâce aux possibilités offertes par le développement de l'archéologie. Les travaux de traduction et d'analyse des tablettes contenant des textes en relation avec les mathématiques (Neugebauer, 1935, Neugebauer et Sachs, 1945, et Thureau-Dangin, 1934, entre autres), ont permis d'avoir une idée des méthodes et des problèmes utilisés dans la région de Mésopotamie au cours de la période qui s'étend jusqu'avant la conquête de Babylone par Alexandre Le Grand, soit vers 311 av. J.-C.

Parmi les textes mésopotamiens qui nous sont parvenus -inscrits sur des tablettes en argile qui ont en général la taille d'une main- certains présentent des problèmes qui sont résolus par des méthodes non analytiques, qu'on peut appeler des méthodes par ajustement. Voici quelques exemples.

Les méthodes par ajustement

Dans la méthode par ajustement, on part d'une «solution» numérique ***a priori*** **fausse**. On voit quel est le résultat et on le compare avec ce qu'on aurait dû obtenir. L'ajustement peut se faire de plusieurs façons, dépendant du problème en question.

Ajustement par proportionnalité

L'exemple suivant, qui provient d'une tablette de Suse, écrite probablement vers 1300 av. J.-C., montre que l'ajustement se fait sur la base d'un raisonnement proportionnel. Aux yeux des mathématiques actuelles, le problème met en oeuvre une expression qui n'est pas linéaire, mais cela n'empêche pas d'utiliser avec succès l'idée d'ajustement[6].

Nous avons laissé les nombres en base 60, c'est-à-dire dans la base utilisée en Mésopotamie à l'époque. Ainsi, a;b signifie a + (b/60). De même, a;b;c signifie a+ (b/60) + $c/(60)^2$.

---

6 Il s'agit en fait du calcul de la diagonale d'un rectangle; la solution se base sur la relation dite de Pythagore: la diagonale est donnée par la relation: $(x^2 + y^2)^{1/2}$. Si on appelle f(x,y) cette expression, on voit que $f(\lambda x,\lambda y) = \lambda f(x,y)$: cela assure le succès du raisonnement proportionnel dans le problème.

Énoncé du problème[7]:

> Supposons que la largeur [du rectangle] mesure un quart de moins que sa longueur. 0;40 [est] la dimension de la diagonale. Quelles sont les dimensions du rectangle?

La solution (les nombres sont donnés en base 60) se fait ainsi:

> «Toi pose 1, la longueur, pose 1 le prolongement.
> 0;15, le quart[8], soustrais de 1. Tu trouves 0;45.
> Pose 1 comme longueur, pose 0;45 comme largeur, carré 1, la longueur, 1 tu trouves.
> Carré 0;45, la largeur, 0;0;2025 tu trouves.
> De 1 et 0;0;2025 [fait] la somme: 1;0;2025
> Quelle est la racine carrée? 1;15 est la racine carrée.
> Attendu que 0;40 la diagonale t'a été indiquée, dénoue l'inverse de 1;15 la diagonale, 0;48 [tu trouves]».

Ensuite, le scribe fait le rapport entre la mesure de la diagonale qu'il vient de trouver (1;15) et celle qui est dite dans l'énoncé (0;40):

> Porte 0;48 à 0;40 la diagonale qui t'a été dite, 0;0;1920.
> Porte 0;0;1920 à 1 la longueur que tu as posée: 0;0;1920 tu trouves, 0;0;1920 est la longueur.
> Porte 0;0;1920 à 0;45 la largeur que tu as posée, 0;24 tu trouves, [c'est la largeur].

Ajustement par compensation

L'exemple suivant, qui provient de la tablette VAT 8389, laisse voir un type de résolution que nous pouvons appeler *par compensation*. Il s'agit de trouver deux grandeurs dont on connaît la somme. On suppose au départ ces grandeurs égales à la moitié de leur somme, puis à la fin on compense de façon à obtenir les grandeurs correctes.

Énoncé du problème:

> «J'ai récolté 4 *gur* de grains par bùr[9]. Dans un deuxième terrain, j'ai récolté 3 gur de grains par bùr. La production du premier terrain a été de 8,20 de plus que le deuxième. Les aires des deux terrains font ensemble 30,0 [SAR]. Quelle est l'aire de chacun des terrains?»

Vu que 4 gur= 20,0 sila et que 3 gur=15,0 sila, le problème peut s'écrire, en langage algébrique actuel, de la façon suivante:

$$(20,0/30,0)\,x - (15,0/30,0)y = 8,20$$
$$x + y = 30,0$$

---

7 Source: Pichot (1991, pp. 108-109).

8 Rappelons que 1/4 = 15/60; donc un quart s'écrit 0;15 en base 60.

9 Le bùr est une unité de mesure de surface. 1 bùr = 30,0 SAR (donc 30x60 SAR, en notation décimale) et 1 SAR = 12 yds. carrées). Le gur est une mesure de volume, ainsi que le sila. L'équivalence entre ces deux dernières, qui apparaîtra dans les calculs suivants est: 1 gur = 5,0 sila.

La résolution commence en supposant que les deux terrains ont 15,0 SAR chacun (donc la moitié de l'aire totale). Le scribe dit:

«Divise 30,0, la somme des deux aires, en deux parties: 15,0. Ainsi, prends 15,0 et 15,0 encore une fois.»

Ensuite la tablette présente une suite de calculs qui correspondent à la quantité de production qui reviendrait à chaque terrain, s'ils avaient une aire de 15,0 chacun: l'inverse de 30,0 est multiplié par 20,0, ce qui donne 0;40, c'est-à-dire la production de grains du premier terrain par SAR. Ensuite, le scribe calcule la production qui correspond à 15 SAR: il fait:

$$0;40 \times 15,0 = 10,0.$$[10]

Le scribe fait un calcul similaire pour trouver la production du deuxième terrain: celle-ci est de 0;30 et donc la production de ce terrain (supposé de 15 SAR d'aire) est de 7,30.

Ensuite le scribe fait la différence entre les productions:

$$10,00 - 7,30 = 2,30$$

Or, d'après l'énoncé du problème, la différence devait être de 8,20.

Alors, le scribe soustrait les deux valeurs:

$$8,20 - 2,30 = 5,50$$

Le scribe dit alors: «garde 5,50 en tête» et fait le calcul suivant:

$$0;40 + 0;30 = 1,10$$

Puis, dit:

«Je ne connais pas l'inverse de 1;10. Par quoi faut-il que je multiplie 1;10 pour avoir 5,50? Prends 5,0, car 5,0 x 1;10 = 5,50.»

«Soustrais 5,0 d'une des aires et ajoute-le à l'autre. La première aire est 20,0 et la deuxième 10,0. Donc 20,0 est l'aire du premier terrain et 10,0 est celle de l'autre.»

Commentaires:

Le calcul 0;40 + 0;30 = 1,10, qui est vital dans le dénouement de la solution, peut être compris de la façon suivante[11]: vu que la somme des aires doit être 30,0 SAR, si on augmente l'aire d'un des terrains en une certaine quantité, il faut retrancher cette même quantité à l'aire de l'autre terrain. Pour chaque SAR que j'ajoute au premier terrain, il augmente de 0;40 gur sa production, alors que l'autre la réduit de 0;30. Donc la différence entre les productions des terrains augmente de 0;40 + 0:30 = 1,10 par SAR. Mais comme on ne veut pas 1,10 mais 5,50, il faudrait prendre 5,0 SAR.

Ainsi, le premier terrain aurait une aire de 15,0 + 5,0 et le deuxième une aire de 15,0 – 5,0.

---

10 Rappelons que 15,0 s'écrit en décimal 15x60 et que 0;40 s'écrit 40/60. Donc 0;40 x15,0 = 600 = 10x60 donc 10,0 en base 60.

11 L'interprétation que nous fournissons est basée sur celle de van der Waerden (1961; 1967).

Les deux problèmes précédents témoignent de l'utilisation de deux méthodes (arithmétiques) de résolution de problèmes chez les mésopotamiens, donc de deux éléments de l'ensemble que nous avons désigné par Σ dans l'introduction. Au niveau de l'ensemble Ω de concepts, on peut remarquer que les inconnues du problème interviennent dans les opérations en leur donnant des **valeurs artificielles**, qu'on sait a priori ne pas être les valeurs correctes. Il s'agit d'une conceptualisation *non symbolique* mais *numérique* des inconnues qui débouche sur un artifice heuristique, et qui génère des méthodes μ_1 et μ_2 dans l'ensemble Σ permettant de résoudre des problèmes de l'ensemble Π.

Les méthodes précédentes pourraient être classées aussi comme des méthodes de fausse position. En tous cas, les distinguer entre elles nous semble pertinent du fait que la démarche de correction de la solution initiale (fausse *a priori*) est différente dans chaque cas.

Maintenant, occupons-nous des *Arithmétiques* de Diophante, afin d'essayer de cerner quelques changements au niveau de la *théorie*.

Diophante D'Alexandrie

Dans les mathématiques mésopotamiennes, les problèmes étaient posés à l'intérieur d'un contexte qui leur donnait du sens; il n'y avait pas de problèmes sur des nombres (où ceux-ci étaient traités comme des objets abstraits), de telle sorte que les nombres qui étaient présents dans les énoncés de problèmes exprimaient une *mesure*. Du temps de Diophante (3e siècle ap. J.-C.), le concept de nombre avait déjà fait un long chemin et il était devenu un objet d'étude: les grecs s'étaient intéressés auparavant à certaines propriétés et relations entre les nombres (comme par exemple aux diviseurs d'un nombre, aux nombres premiers, aux propriétés des nombres pairs et impairs) cela conduisait à la construction d'un savoir dont le support de validation était souvent géométrique.

Or, Diophante porte son attention non pas sur les nombres pairs et impairs ou sur les nombres premiers, mais sur les puissances des nombres: au début du Livre I des *Arithmétiques* -une oeuvre qu'il composa vers 250 ap. J.-C. et qui comporte treize livres dont seulement 10 nous sont parvenus[12]- il commence en faisant une classification des nombres: les carrés, les cubes, les bicarrés (qui sont formés en prenant un carré qu'on multiplie par lui-même), les

12 Des treize livres, seulement six nous étaient parvenus, jusqu'à ce qu'en 1968 on découvrit un manuscrit - qui datait de la fin du XIIe siècle- d'une traduction du grec à l'arabe de quatre autres livres, dans une bibliothèque à Meshed, une ville au nord-est de l'Iran. D'après Sesiano (Sesiano, 1985), les quatre nouveaux livres trouvés (i.e., les livres arabes) s'intercalent entre les trois premiers livres grecs (Livres I, II et III) et les trois autres livres grecs, appelés jusqu'alors Livres IV, V et VI. Nous suivrons l'ordre indiqué par Sesiano, de sorte qu'on a: les trois premiers livres grecs (designés toujours par Livres I, II et III), les quatre livres arabes (designés par Livres IV, V, VI et VII) et ensuite les autres livres grecs connus, qui seront désignés par Livres «IV»,«V» et «VI».

carré-cubes (i.e., carrés multipliés par cubes, ayant même côté que ces carrés) et les cubo-cubes (ce que nous appelons la sixième puissance d'un nombre: a^6). Ainsi, les nombres 4 et 9 appartiennent à la «catégorie» des carrés, alors que 8 et 125 appartiennent à la «catégorie» des cubes. Mais le cadre conceptuel Ω, à l'intérieur duquel Diophante va poser ses problèmes, et qui contient donc ces «catégories» que nous venons de mentionner, contient aussi un autre concept qui est fondamental: celui d'***arithme***, qui relève du concept de nombre mais qui en même temps le dépasse: l'idée d'arithme *(«une quantité indéterminée d'unités»)* est en effet une idée qui réfère à une composante *logique* et à une composante *heuristique* qui va permettre de créer l'objet algébrique ***équation***. L'arithme va jouer le rôle d'***inconnue***. Sa composante *logique* est ce qui va permettre de concevoir ce «nombre» comme un *nombre caché*, sur lequel on va *opérer* comme si c'était un nombre connu -bref, comme si c'était un «vrai» nombre (comme 5, 7/8, etc., que Diophante appelle les nombres invariants déterminés[13])- dont l'identité ne sera révélée qu'à la fin des calculs. Assumer le nombre qu'on cherche comme s'il était un nombre connu, exige du sujet -entre autres choses- qu'il se place dans une situation hypothétique. Et on sait que cette démarche (qui relève du raisonnement logique) ne va pas de soi (Radford, 1987). Comme on le verra dans l'exemple, que nous allons étudier plus loin, les composantes logique et heuristique sont liées l'une à l'autre: la seule composante logique ne saurait suffire à la démarche analytique. Il en va de même pour la composante heuristique.

Avant de voir un exemple de fonctionnement de l'arithme, arrêtons-nous un moment sur les problèmes contenus dans les 10 livres que nous possédons des *Arithmétiques*. Ce sont des problèmes qui se réfèrent à des nombres et/ou des triangles rectangles. De plus les énoncés des problèmes reflètent la structure de l'arithmétique en termes de «catégories» d'après la conception de Diophante, et une caractéristique des énoncés de problèmes est l'absence de nombres particuliers (ou spécifiques) donnés.

On est donc en présence d'un exemple très clair d'une des relations qu'il y a entre l'ensemble Π des problèmes et l'ensemble Ω des concepts: une relation de type Ω-->Π.

Voici trois exemples de problèmes:

Livre I, problème 27:

Trouver deux nombres dont la somme et le produit forment des nombres donnés[14].

---

13 Diophante considère uniquement les nombres rationnels positifs.

14 Il s'agit donc d'un problème que nos notations actuelles permettent d'écrire ainsi:

$$x + y = a$$
$$xy = b$$

Livre V, problème 5:

Trouver deux nombres, l'un, un cube et l'autre un carré, tels que si on multiplie le cube du cube par deux nombres donnés et qu'on ajoute chacun de ces produits au carré du carré, le résultat est dans chaque cas un nombre carré[15].

Livre VI, problème 6:

Trouver un triangle rectangle tel que le nombre de son aire, augmenté du nombre de l'une des perpendiculaires, forme un nombre donné[16].

On peut ajouter que, contrairement à ce qui se passe dans les mathématiques mésopotamiennes, dans les problèmes chez Diophante tout rapprochement à une situation «réelle» est exclu: on ne trouve pas de problèmes appliqués au commerce, à l'agriculture ou à une autre situation concrète.

Occupons-nous maintenant de la façon dont Diophante résout les problèmes qu'il se pose.

Voici le problème 27 du Livre I:

Trouver deux nombres dont la somme et le produit forment des nombres donnés.

La solution est donnée comme suit:

«Proposons, dit Diophante, que la somme des nombres forme 20 unités, et que leur produit forme 96 unités. Que l'excédent des nombres soit 2 arithmes. Dès lors, puisque la somme des nombres est 20 unités, si nous la divisons en deux parties égales, chacune des parties sera la moitié de la somme, ou 10 unités. Donc si nous ajoutons à l'une des parties, et si nous retranchons de l'autre partie, la moitié de l'excédent des nombres, c'est-à-dire 1 arithme, il s'établit de nouveau que la somme des nombres est 20 unités, et que leur excédent est 2 arithmes. En conséquence, posons que le plus grand nombre est 1 arithme augmenté de 10 unités qui est la moitié de la somme des nombres; donc le plus petit nombre sera 10 unités moins 1 arithme, et il s'établit que la somme des nombres est 20 unités et que leur excédent est 2 arithmes.

Il faut aussi que le produit des nombres forme 96 unités. Or leur produit est 100 unités moins un carré d'arithme, ce que nous égalons à 96 unités, et l'arithme devient 2 unités. En conséquence, le plus grand nombre sera 12 unités et le plus petit sera 8 unités, et ces nombres satisfont la proposition.»

(Ver Eecke, 1926; pp. 36-38)

Comme on le voit, Diophante pose $10+a$ pour le premier nombre, et $10-a$ pour le deuxième nombre, de sorte que la somme des nombres est 20, comme exigé dans l'énoncé. Du fait que le produit des nombres est 96, il déduit que $100-a^2$ est égal à 96. Il s'agit donc là d'une

15 C'est-à-dire, en notation moderne:

$$(x^2)^2 + a(y^3)^3 = u^2$$
$$(x^2)^2 + b(y^3)^3 = v^2$$

16 C'est-à-dire, en notation moderne:

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$bc/2 + b = u$$

équation dont la solution (égale à 2) nous révèle la valeur de l'arithme (que nous avons désigné ici par *a*). De là, on trouve les nombres cherchés: 10+2 et 10-2, c'est-à-dire 12 et 8.

La méthode de résolution utilisée par Diophante diffère de celles que nous avons vues ci–dessus, dans les résolutions non analytiques: quelques témoignages, en ceci qu'il ne s'agit pas d'introduire un nombre *a priori faux*, pour le corriger à la fin, mais de partir de *la valeur exacte d'une quantité qu'on ne connaît pas, en faisant comme si on la connaissait.*

Cette façon de «penser» le problème et sa résolution -qu'on peut appeler analyticité- se manifeste, au plan de l'ensemble des *concepts*, Ω, par l'introduction d'une **inconnue** qui ne sera pas juste le point d'aboutissement des calculs effectués sur les données numériques du problème, comme cela arrive dans les procédures arithmétiques, mais un point de départ. L'analyticité se manifeste aussi au plan Ω en permettant l'émergence du concept d'équation.

Au plan de l'ensemble des *méthodes*, Σ, la pensée analytique se projette dans la création d'une **méthode spécifique** de résolution de problèmes: cette méthode consiste à mettre en scène une quantité inconnue sur laquelle on **opère**, au même titre que les nombres, d'après l'énoncé du problème[17]. Mais la pensée analytique se projette aussi sur le plan Π des problèmes, en permettant de formuler de nouveaux problèmes.

Par ailleurs, le problème 27 du Livre I que nous venons de voir nous éclaire aussi sur la relation qu'il y a entre concepts et méthodes au niveau de la *théorie* qui nous intéresse: l'arithme et la méthode de résolution sont liées de façon indissociable: on est en présence d'une relation à double sens:

$$\Omega <--> \Sigma$$

La pensée analytique se projette aussi sur le plan Π de problèmes: une lecture attentive des *Arithmétiques* de Diophante ne peut pas laisser échapper le fait que les problèmes, énoncés en termes de «catégories» au sens de Diophante, s'actualisent en problèmes de plus en plus précis (dans lesquels les catégories cèdent la place à des «nombres concrets» appartenant à ces catégories), l'actualisation se faisant en termes de l'obtention d'une équation reconnue résolvable par les méthodes analytiques de la théorie: la projection de la pensée analytique sur le plan des problèmes amène, en particulier, une relation de type:

$$\Sigma --> \Pi$$

---

17 Dans notre perspective, il n'est donc pas requis, pour qu'une méthode soit considérée comme algébrique, que les inconnues soient désignées par des symboles spécifiques (comme x, y, z ...).

Remarques finales

La discussion précédente a tenté de mettre en évidence que certains concepts clés de l'algèbre élémentaire, comme ceux d'équation et d'inconnue, sont liées à un type de raisonnement très particulier, à savoir, le raisonnement analytique.

Nous avons comparé des procédures de résolution de problèmes basées sur des raisonnements non analytiques à des procédures basées sur des raisonnements analytiques, ces procédures étant tirées de l'histoire des mathématiques. On a pu remarquer que dans les premières procédures les concepts d'équation et d'inconnue (au sens algébrique) sont absents, alors que ces concepts deviennent fondamentaux dans les procédures basées sur un raisonnement analytique.

Pour mieux comprendre la portée du raisonnement algébrique, nous avons été amenés à élaborer un cadre théorique susceptible de prendre en compte et les objets mathématiques et les *formes de pensée* (ou du moins certaines d'entre elles) qui sous-tendent la construction de ces objets. L'ensemble de ces *formes de pensée* que nous avons désigné dans l'introduction par C_t peut être détecté, d'après nous, ne serait-ce que partiellement, à travers l'interaction des composantes Ω, Σ, Π de la théorie τ, c'est-à-dire à travers le couple (τ, -->).

Dans ce contexte, la *pensée proportionnelle* serait justement un des éléments de l'ensemble C_τ, qui permet la construction de la théorie babylonienne τ présentée ici[18]. Chez Diophante, par contre, ce n'est pas la pensée proportionnelle qui est à la base de la construction de la théorie, mais la *pensée analytique*: c'est à partir de cette forme de pensée qu'on comprend les relations entre les composantes de la théorie: la pensée analytique serait donc, dans ce deuxième cas, un élément de C_τ[19].

Sur le plan didactique, la question qui se pose est de savoir si un travail au niveau de la pensée proportionnelle permettrait de contribuer à l'émergence de la pensée analytique[20].

Remarquons, enfin, que nous nous sommes occupés ici d'une des parties seulement du

---

18 Naturellement, on n'est pas en train d'affirmer ici que toute la mathématique babylonienne est basée sur un raisonnement proportionnel.

19 Cela ne signifie pas que les éléments de $C\tau$ restent à l'extérieur de la dynamique des relations X-->Y, entre les composantes de la théorie; il y a aussi un mouvement en ordre inverse qui permet aux éléments de C_τ de se nourrir de cette dynamique: le développement d'un langage symbolique algébrique à la Renaissance (lié, en particulier, aux aspects méthodologiques, donc à l'ensemble Σ), a amené le développement d'une pensée symbolique capable de contrôler ce nouveau langage.

20 Le lecteur aura remarqué la ressemblance entre la deuxième méthode babylonienne et celle de Diophante: Gandz voit justement là une continuité entre les mathématiques babyloniennes et l'algèbre chez Diophante, et voit chez ce dernier un continuateur d'une tradition algébrique antérieure (Gandz, 1938).

domaine algébrique: celle qui concerne la résolution de problèmes. Un autre domaine -aussi important que celui-ci- qui concerne l'étude des nombres et qui s'inscrit dans une autre *tradition mathématique* serait également à considérer. Ce domaine dans lequel Diophante a exercé (cf. *Le livre des nombres polygonaux*) relève d'une autre forme de pensée qui privilégie en particulier l'action de *généralisation*, ce qui touche donc de près l'aspect soulevé par C. Kieran (cf. introduction, ci-haut). Les études épistémologico-didactiques centrées sur la forme de pensée, à la base de la généralisation en algèbre, ne sont pas très nombreuses. On peut cependant mentionner l'étude récente de Filloy sur *Le livre des nombres carrés* de Fibonacci (Filloy, 1992), laquelle permet d'entrevoir de nouvelles pistes en ce qui concerne les relations entre l'arithmétique et l'algèbre, des pistes jusqu'alors passées inaperçues.

Bibliographie

Bednarz, N., Janvier, B. (1991). *Émergence des raisonnements algébriques: un essai de caractérisation des sauts conceptuels qui marquent le passage à un mode de pensée algébrique*. Cahiers du CIRADE, Université du Québec à Montréal, 14 pages.

Bednarz, N., Janvier, B., Mary, C., Lepage, A. (1992). L'algèbre comme outil de résolution de problèmes: une réflexion sur les changements nécessaires dans le passage d'un mode de traitement arithmétique à un mode de traitement algébrique, *dans: Actes du Colloque portant sur l'émergence de l'algèbre*. CIRADE, Université du Québec à Montréal, pp. 17-31.

Charbonneau L., Lefebvre J. (1991). *Une lecture de Viète. Introduction à l'art analytique. Cinq livres des zététiques*. CIRADE, Université du Québec à Montréal.

Egmond, W. van (1978). The earliest vernacular treatment of algebra: the Libro di Ragioni of Paolo Gerardi (1328). *Physis, 20*, pp. 155-189.

Filloy, E., Rojano, T. (1985). *La aparición del lenguaje aritmético-algebraico*. Mexico: Cuadernos de Investigación, No. 1. Programa nacional de formación y actualización de profesores de matemáticas. CINVESTAV-IPN. 16 pages.

Filloy, E. (1992). *El libro de los cuadrados de Leonardo de Pisa*. Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV, PNFAPM. México.

Gandz, S. (1938). The origin and development of the quadratic equations in Babylonian, Greek and early Arabic algebra. Osiris, *Vol. 3*, pp. 405-557.

Kieran, C., Filloy, E. (1987). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. España: Enseñanza de las Ciencias, *7*(3), pp. 229-240.

Kieran, C. (1991). A perspective on algebraic thinking. *Proceedings of 13th P.M.E Conference. Paris*, France, *2*, pp. 163-171.

Lefebvre, J. (1992). Qu'est l'algèbre devenue? *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, *31/32*(4/1), pp. 27-32.

Lins, R. (1989). A framework for understanding what Algebraic Thinking is. *Proceedings of 14th P.M.E Conference*. Mexico, pp. 93-100.

Neugebauer, O. (1935-1937). Mathematische Keilschrift-Text, *dans: Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*. Berlin, Springer.

Neugebauer, O., Sachs, A.J. (1945). *Mathematical Cuneiform Texts*. American Oriental Society. American Oriental Series, *29*. New Haven, Connecticut.

Pichot, A. (1991). *La naissance de la Science. Vol. 1,* Mésopotamie, Égypte. France: Gallimard, Folio, essais, No. 154.

Radford, L. (1990). *Lagrange y el desarrollo conceptual de la Teoría de Galois*. Guatemala: Cuadernos de Investigación de la EFPEM. Universidad de San Carlos.

Radford, L. (1987). Interprétation d'énoncés implicatifs et traitements logiques. *Proceedings of the XI Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education, III*, pp. 392-397, Montréal.

Radford, L. (1992). Diophante et l'algèbre pré-symbolique. Bulletin de l'Association Mathématique du Québec, *31/32*(4/1), pp. 73-80.

Sesiano, J. (1982). *Books IV to VII of Diophantus' Arithmetic*. Springer-Veerlag. New York.

Thureau-Dangin, F. (1938). *Textes mathématiques babyloniens*. Leyde, Brill. Ex Oriente Lux, *1*.

Ver Eecke, P. (1926). *Diophante d'Alexandrie. Les six livres arithmétiques et le Livre des nombres polygones*. Liège: Desclée de Brouwer. Réimpression, Paris: A. Blanchard, 1959.

Waerden, B.L. van der (1967). *Science Awakening*. New York: Oxford University Press.

L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DANS LA FORMATION DES PROFESSEURS: ÉLÉMENTS THÉORIQUES

Abdellah El Idrissi
CIRADE, Université du Québec à Montréal

Résumé

La recherche à laquelle réfère le présent texte s'intéresse à l'apport de l'histoire des mathématiques dans la formation initiale des professeurs. Elle se propose de mettre en place les bases d'une exploitation didactique fructueuse des textes historiques anciens. Elle sera corroborée par une expérimentation dans un établissement de formation.

Les pages qui suivent ne constituent pas une description détaillée de l'état d'avancement de la recherche. Elles présentent une analyse théorique relativement à la place que doit occuper l'histoire des mathématiques dans la formation des professeurs. Nous y présentons successivement nos conceptions de l'apprentissage, de la formation des professeurs et de l'histoire des mathématiques. L'avant-dernière section propose une argumentation épistémologique en faveur de l'utilisation de l'histoire dans la formation des professeurs. En épilogue, nous effectuons un retour sur la thématique générale du colloque.

I. La formation des professeurs: une «expérience» à enrichir

Dans l'apprentissage, les expériences de l'élève jouent probablement le rôle le plus central. Le devoir de tout éducateur est alors de veiller à enrichir les expériences de l'élève. L'éducateur doit créer un environnement approprié qui permette à l'élève de transformer et d'adapter sa structure cognitive en fonction des exigences du milieu. Ce faisant, non seulement l'éducateur doit-il tenir compte de la structure cognitive du sujet et de son niveau de développement, mais il doit en faire son point de départ. La signification et la pertinence d'une expérience ou d'un savoir ne se justifient que par rapport au sujet agissant et non par une auto-référence au savoir lui-même (von Glasersfeld, 1986). Et si dans la constitution du savoir plusieurs facteurs externes entrent en jeu, ils ne peuvent aucunement faire l'économie d'une implication effective et consciente du sujet. La construction du savoir est un processus qui suppose une finalité, une motivation et requiert un environnement propice certes, mais aussi et surtout, il exige un engagement personnel du sujet.

Colloque Élève, école, société. CIRADE, UQAM, 1993, pp. 47-55.

Les élèves, notamment les professeurs en formation, de par leurs expériences antérieures d'enseignement ou d'apprentissage entreprennent leurs apprentissages avec un savoir préalablement construit. Ils possèdent des connaissances et des conceptions à propos de l'apprentissage, de l'enseignement et des mathématiques, de leur structure, de leur genèse, de leurs concepts et de leur histoire (Bednarz et Garnier, 1989; Désautels et Larochelle, 1989 et 1992). Croire que ces connaissances et ces conceptions soient toujours ou sans influence ou universellement valides, ou qu'elles se dissipent spontanément pour faire place au «savoir savant», c'est manifestement faire preuve de naïveté.

Les savoirs préalables, qu'ils soient explicités ou non, qu'ils soient ou non formellement construits ne demeurent pas des entités disparates et insignifiantes. Ils se constituent en conceptions assez cohérentes et fonctionnelles qui peuvent soutenir des raisonnements, justifier des actions, des interprétations ou des prévisions (Viennot, 1989; Blaye, 1989). Ils peuvent également constituer des obstacles ou engendrer des difficultés. Ces difficultés se manifestent souvent sous forme d'erreurs. C'est à travers les analyses de ces difficultés des élèves et de leurs raisonnements qu'il faut chercher à diagnostiquer, à classifier et à justifier, voire à légitimer les erreurs commises par les élèves. Nous avons dit justifier ou légitimer et non pas sanctionner ou banaliser les erreurs des élèves. Les erreurs des élèves ne sont pas toujours les résultats d'une inattention ou d'une ignorance. Elles sont le produit de réflexions relativement cohérentes ayant préalablement, dans d'autres contextes, fait preuve d'efficacité (Brousseau, 1989).

Pour résumer ces propos, nous dirons que l'apprentissage consiste en une transformation de la structure cognitive du sujet, cette transformation étant le résultat de nouvelles expériences vécues par le sujet. Ceci ne s'applique pas seulement aux élèves, aux jeunes élèves. Il s'applique aux étudiants universitaires, aux professeurs en exercice et a fortiori aux étudiants dans la formation des professeurs.

II. La formation des professeurs de mathématiques

1. La nécessité d'une formation didactique

La formation des professeurs est une expérience que vivent les futurs professeurs. Elle est sensée les préparer à gérer et à agencer de nombreux facteurs et des contraintes qui interviennent dans l'enseignement. Notamment, le professeur est continuellement appelé à prendre des décisions planifiées à la lumière des événements prévus et des finalités escomptées. Il est également appelé à prendre des décisions suite à des événements imprévus, à des situations inopinées ou à des questions inattendues ...

Le rôle du professeur requiert un savoir et un savoir-faire spécifiques. Cette spécificité n'exclut pas la nature du savoir en jeu, qui est objet de l'enseignement. Il y a quelques années, on croyait qu'une connaissance approfondie du savoir à enseigner suffisait pour la formation d'un bon «professeur» (Vergnaud, 1977). Il n'en est rien. C'est à la fois la conception que l'on possédait sur la formation d'un professeur et la conception du bon professeur en soi qui ont changé. Si la connaissance approfondie du savoir à enseigner constituait une condition suffisante pour être un bon professeur, elle n'est tout simplement qu'une des nombreuses conditions nécessaires pour la formation d'un professeur.

2. Mathématiques ou didactique des mathématiques

En fait, c'est en termes de conditions nécessaires qu'il nous semble pertinent d'aborder le problème de la formation des professeurs. Les disciplines ayant chacune leur structure et leurs propres principes théoriques et épistémologiques, il est indispensable de traiter de la formation des professeurs en tenant compte des disciplines de spécialisation; autrement dit, la formation d'un professeur exige un entraînement dans la didactique des disciplines qu'il projette d'enseigner. Dans cette même perspective, les professeurs de mathématiques en formation ont besoin de procéder à des analyses des principaux concepts et méthodes mathématiques (Vergnaud, 1977). Une formation spécifique à l'enseignement des concepts mathématiques nous semble requise (Vollrath, 1988).

Il serait erroné de considérer, comme à l'aube de la Révolution française, que les professeurs ont besoin de la même formation, toutes disciplines confondues. Les progrès et les développements croissants que connaissent les didactiques des disciplines en témoignent d'ailleurs, chaque discipline tentant de se constituer une didactique spécifique. Une connaissance approfondie de la didactique de la discipline en question prend le dessus sur la connaissance de la discipline.

3. La formation: une initiation à la recherche

La formation des professeurs de mathématiques au secondaire comporte plusieurs éléments. En plus d'une formation en mathématiques et des stages pratiques, les professeurs en formation ont besoin d'une formation en psychopédagogie, en didactique des mathématiques, en technologie éducative, en docimologie, en épistémologie et en histoire des mathématiques. La diversité de ces composantes se justifie et s'impose par le fait que la tâche principale qu'il incombe aux professeurs de réaliser est de préparer des citoyens dignes, productifs et susceptibles de s'adapter aux changements de la société. La formation doit en principe assurer aux professeurs l'acquisition de connaissances, de conceptions, d'attitudes, de compétences et de savoir-faire pertinents et spécifiques leur permettant de mener à bien leur entreprise. Aucun de ces différents facteurs ne doit être négligé ou sous-estimé (Ernest, 1989).

En fait, les professeurs ont besoin d'une formation initiale à la recherche. L'idée n'est pas tant de former des chercheurs que de développer chez les professeurs une attitude de chercheurs. Nous avons là un apport enrichissant dicté par une perspective constructiviste à la formation des professeurs de mathématiques.

III. L'histoire des mathématiques pour la formation des professeurs

Avant de préciser le rapport de l'histoire des mathématiques à l'éducation, précisons d'abord ce que nous entendons par le mot «histoire» et surtout par l'expression «histoire des mathématiques».

1. Quelques mots à propos du terme: «histoire»

Dans la langue française, le mot histoire renvoie, entre autres, à une succession d'événements ou au récit. Le mot histoire dans «l'histoire de la Révolution française» n'a pas la même signification que dans l'expression «Ma grand-mère me racontait des histoires»: le premier rappelle un événement passé et véritablement vécu. Le deuxième renvoie à des récits portant sur des événements passés ou futurs, relevant souvent de la fiction et rarement de la réalité.

Ces deux significations s'explicitent lorsqu'on consulte un dictionnaire bilingue français/anglais. On y constate que le mot «histoire» renvoie alors à deux termes différents: «history» et «story». Remarquons que même si une analyse relativement fine faisait voir une certaine convergence entre ces deux significations, on n'établirait aucune référence au mot «histoire» à partir de l'entrée «story». Notons par ailleurs que les deux significations se rejoignent dans le terme «historié» qui se dit en anglais «storied».

Français	**Anglais**
Histoire	History
Histoire	Story

Tableau récapitulatif

Il va sans dire que des métaphores ou des péjorations permettent de prolonger les significations respectives des termes «histoire» et «history». Pour n'en citer que quelques–unes, mentionnons les expressions «histoire de s'amuser», «se créer des histoires», «l'histoire en jugera», «historical stories ...».

Par l'expression «histoire des mathématiques», on peut désigner au moins deux choses différentes. D'une part, l'histoire des mathématiques peut désigner le passé des mathématiques,

ou plutôt les mathématiques du passé. Cette signification réfère intrinsèquement à la production des mathématiques telle qu'elle s'est réalisée à travers les siècles.

D'autre part, l'histoire des mathématiques peut désigner l'activité de l'historien des mathématiques, c'est-à-dire l'étude des mathématiques du passé. C'est le domaine d'investigations qui consistent à rechercher et à interpréter les traces de l'activité mathématique chez les ancêtres, dans les temps anciens.

Ces éléments terminologiques étant précisés, comment caractérisons-nous l'histoire des mathématiques?

2. «L'histoire des mathématiques»: une activité divergente

L'histoire des mathématiques en tant qu'activité est en quelque sorte une reconstruction des mathématiques du passé. Cette reconstruction se fait à partir des moyens disponibles, sur la base des traces et des sources retrouvées et en fonction de l'expérience subjective de l'historien. En principe, l'historien des mathématiques ne doit pas se hâter de porter des jugements à propos de l'activité mathématique de ces ancêtres (Rogers, 1991). Il est de son devoir de prioriser la reconstruction et la compréhension de l'activité mathématique. L'objectif de l'histoire des mathématiques n'est pas plus de rendre ou de renverser des jugements que de tenter de comprendre le passé. L'historien doit surtout s'efforcer de comprendre et de donner un sens aux actions des mathématiciens de manière à saisir dans sa profondeur la dynamique qui gère et caractérise l'activité mathématique de l'époque considérée, bref, à reconstituer l'histoire.

Dans la reconstitution de l'histoire, deux critères sont à respecter et ce, avec vigilance. Le premier critère est la chronologie. Le temps et la succession des faits et des événements constituent la matière première de l'historien des mathématiques. On ne peut prétendre faire l'histoire des mathématiques sans considérer le temps comme critère essentiel, comme une variable principale et sans considérer le déroulement des événements ainsi que l'ordre temporel de ce déroulement.

À ce propos, il serait pertinent de faire une mise au point, quitte à adopter un point de vue extrémiste. Dans la chronologie, les dates en tant que telles risquent de perdre de l'importance. D'ailleurs, tous les systèmes de datation ne reposent-ils pas sur des choix conventionnels et dans une certaine mesure ne sont-ils pas arbitraires? C'est le concept de durée, incarné dans la notion de datation qui dote la chronologie du privilège qu'elle a dans l'histoire. Les systèmes de datation ne sont en fait que des systèmes de référence. Eu égard à la chronologie, les événements ne revêtent pas leur importance par le fait qu'ils se soient produits à des dates

précises, mais plutôt par le fait qu'il se soient produits avant ou après une durée déterminée relativement à d'autres ou par rapport au présent. Notons enfin que, la chronologie à elle seule, bien qu'inévitable pour l'historien, n'est pas l'histoire.

Le deuxième critère caractérisant l'activité de l'historien est la contextualisation. Un fait ou un événement n'acquiert toute sa signification que s'il est inséré dans son contexte «réel» (Rogers, 1991). C'est ce critère qui donne sens à l'histoire. En outre, c'est la contextualisation qui permet de différencier l'histoire comme activité de l'histoire comme datation, cette dernière ne consistant que dans la construction de grilles de correspondance entre des événements, des noms, des faits et des dates. En considérant la contextualisation comme critère essentiel pour l'activité de l'historien, on s'oppose également à la tendance quasi-spontanée de porter des jugements sur les mathématiques ou les mathématiciens du passé. Au-delà de tout jugement, l'historien privilégie l'analyse, la compréhension des faits, des découvertes. Nous étudions les mathématiques du passé en vue d'affronter le futur ou de tirer profit de l'expérience des autres.

Dans l'histoire, ce qui est pertinent n'est pas de savoir que tel événement s'est déroulé à telle époque, à telle date ou que tel mathématicien a démontré tel théorème. Il est plus fondamental de savoir plutôt comment tel mathématicien a pu découvrir tel concept ou élaborer telle méthode. Dans quelles conditions cela s'est-il passé? Pourquoi ses prédécesseurs n'ont pas réussi à faire de telles découvertes? En quoi ce mathématicien a-t-il pu profiter des acquis antérieurs? Dans quelle mesure a-t-il pu innover? Quel rôle telle académie a-t-elle joué dans la promotion de l'activité mathématique? De quel statut social jouissaient les mathématiciens de telle ou telle époque et pourquoi? Des questions analogues peuvent également être formulées à propos des concepts, des méthodes mathématiques, des institutions politiques, économiques ou éducationnelles ayant rapport à l'évolution des mathématiques. Il est évident que les concepts mathématiques et les institutions sont aussi actifs dans la production du savoir mathématique que les mathématiciens.

IV. L'histoire: nécessité ou ingrédient dans la formation

Le rapport de l'histoire des mathématiques à l'éducation peut être envisagé sous un angle épistémologique, soit celui de la compréhension.

1. La compréhension des concepts

Un concept ou une méthode mathématique n'étant considérés que dans un réseau, dans sa relation avec d'autres, la compréhension consiste en la construction de liens et de connexions qualitatives entre les différents concepts ou les différentes méthodes du réseau et vise à donner un sens à ces liens. Elle englobe la connaissance des contextes et des situations dans lesquels le concept ou la méthode sont applicables.

Du point de vue du professeur de mathématiques et en plus des conditions précédentes, la compréhension suppose la connaissance et la maîtrise des circonstances environnementales et des conditions mathématiques dans lesquelles le concept peut être appréhendé ou compris par l'élève. Elle exige aussi la connaissance des contextes spatio-temporel et historique dans lesquels le savoir a été construit, de la manière dont il a évolué, des problèmes qu'il permet et qu'il a permis de résoudre...

Connaître les conditions favorables permettant à l'élève de s'approprier un savoir exige donc une analyse épistémologique du savoir. Cette analyse nécessite la connaissance des difficultés que ce savoir pose, des erreurs qu'il provoque, des conceptions qu'on peut en avoir et des obstacles épistémologiques ou didactiques qui peuvent en entraver l'appréhension. Bref, le professeur doit comprendre non seulement le concept ou la méthode en question, mais aussi comprendre comment l'élève peut comprendre ce concept ou cette méthode.

2. Il s'agit bien des mathématiques... et pourtant

Il est le propre des concepts et des méthodes mathématiques d'être reconnus comme étant les plus objectifs et les plus indépendants des intentions, des préjugés et des idéologies de leur auteurs. Un concept, dit-on, est déterminé par sa définition et par ses caractéristiques mathématiques, toujours explicitées ou justifiées. D'ailleurs, dans la formulation ou la transmission d'un savoir mathématique, les mathématiciens et les professeurs s'efforcent, plus que tout autre, d'évacuer les aspects historiques, heuristiques, épistémologiques et idéologiques qui leur ont permis l'élaboration ou l'appréhension d'un savoir et les circonstances qui l'ont motivé.

Or, cette évacuation ne peut être parfaite et les concepts demeurent liés à ce pour quoi ils ont été élaborés. Un mathématicien ne définit un concept et n'élabore une théorie mathématique qu'en réponse à des problématiques spécifiques, dans un contexte précis, avec les moyens alors disponibles, à l'aide du langage d'usage et dans le cadre des paradigmes dominants. Il ne lui est aucunement possible de se détacher de ces données; inévitablement, il est contraint de s'y conformer et par suite de les transmettre. Comme le précisent Piaget et Garcia (1983):

> *«... il va de soi qu'une connaissance ne saurait être dissociée de son contexte historique et que par conséquent, l'histoire d'une notion fournit quelque indication sur sa signification épistémique (p. 19)».*

L'une des principales, difficiles et intéressantes tâches des historiens des mathématiques est de tenter de reconstruire ces constructions mathématiques en les situant dans leurs contextes de productions. Ces constructions sont d'autant plus importantes que la «compréhension des notions» intervient non seulement comme un processus réflexif mais comme un objet de réflexion. Il en est ainsi en ce qui concerne la formation des professeurs.

Voici, semble-t-il, un des arguments épistémologiques importants qui rend légitime le recours à l'histoire des mathématiques dans la formation des professeurs. C'est en quelque sorte une nouvelle compréhension du concept de compréhension qui est proposée; la connaissance de l'histoire d'un concept y est considérée, par définition, comme inhérente et indispensable à la compréhension dudit concept.

Conclusion: place aux textes originaux

En situant la connaissance de l'histoire d'un concept comme condition nécessaire à sa compréhension, nous avons partiellement justifié le rôle qui revient à l'histoire des mathématiques dans la formation des professeurs. Nous avons également fait de la compréhension, une priorité de l'histoire des mathématiques comme activité de recherche.

Dans la conception que nous avons présentée de la formation des professeurs, nous avons insisté sur le fait que cette formation doit assurer l'acquisition d'habiletés et de savoir-faire en plus des connaissances nécessaires. Notamment, nous croyons qu'il est nécessaire d'initier les étudiants à la recherche et de les inciter davantage à être créatifs et critiques. Ces finalités ne peuvent être atteintes que dans un environnement de formation riche, actif, structuré et planifié.

C'est dans ce même cadre et en conformité avec notre conception de l'histoire des mathématiques que nous privilégions les textes historiques. Les textes historiques originaux ont cet avantage de susciter des discussions et des débats fructueux. Extrêmement motivants, pour pouvoir être utilisés, ils nécessitent une interprétation et une réadaptation dignes d'intérêt et d'investigation. L'analyse des textes originaux, par le fait qu'elle nécessite une recontextualisation dans l'histoire, permet d'aller au-delà des contenus mathématiques pour envisager, sur un plan relativement macroscopique, la compréhension et la production authentique de ces contenus.

Épilogue:

La problématique présentée ci-dessus s'attache au thème du colloque: «Élève, école, société» par deux aspects complémentaires. Premièrement, le rôle de «l'élève» est joué par le professeur en formation et celui de «l'école» par l'établissement de formation. Deuxièmement,

et c'est pour nous l'aspect le plus important, notre définition de la notion de compréhension donne une omniprésence potentielle à l'élève et à l'école dans la formation des professeurs.

Quant à la «société», elle s'intègre à notre projet par le fait que l'histoire des mathématiques permet de montrer l'interaction entre la production du savoir mathématique, la vie sociale des mathématiciens et les institutions. C'est un aspect que nous n'avons pas développé dans ce texte.

Bibliographie

Barbin, E. (1987). Dix ans d'histoire des mathématiques dans les IREM. *Bulletin de l'APMEP*, (358). Avril.

Bednarz, N., Garnier, C. (1992). (dir.). *Construction des savoirs: Obstacles et conflits*. Montréal: Agence d'Arc, 398 pages.

Blaye, A. (1989). Nature et effets des oppositions dans des situations de co-résolution de problèmes entre pairs. *Dans:* N. Bednarz et C. Garnier (dir.). *Construction des savoirs: Obstacles et conflits*. Montréal: Agence d'Arc, pp. 206-214.

Brousseau. G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. *Dans:*.N. Bednarz et C. Garnier, (dir.). *Construction des savoirs: Obstacles et conflits*. Montréal: Agence d'Arc, pp. 41-63.

Désautels, J, Larochelle, M. (1989). *Qu'est-ce que le savoir scientifique? Points de vue d'adolescents et d'adolescentes*. Québec: Presses de l'Université Laval, 173 pages.

Désautels, J., Larochelle, M. (1992). *Autour de l'idée de science. Itinéraires cognitifs d'étudiants et d'étudiantes*. Québec: Presses de l'Université Laval, 314 pages.

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. Dans *Journal of Education for Teaching, 15*(15).

Glasersfeld, E. von (1986). L'approche constructiviste: vers une théorie des représentations. *Séminaire sur la représentation, N°7*. Montréal: CIRADE, Université du Québec à Montréal, 12 pages.

Maier, H. (1988). Du concept de compréhension dans l'enseignement des mathématiques. *Dans:* C. Laborde (dir.). *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. Paris: La Pensée Sauvage.

Piaget, J. Garcia, R. (1983). *Psychogénèse et Histoire de Sciences*. Paris: Flammarion.

Rogers, L. (1991). History of mathematics: Resources for teachers. *For the Learning of Mathematics, 11*(2), June.

Sierpinska, A. (1989). Sur un programme de recherche lié à la notion d'obstacle épistémologique. *Dans:* N. Bednarz et C. Garnier (dir.). *Construction des savoirs: Obstacles et conflits*. Montréal: Agence d'Arc, pp. 130-147.

Thompson, A.G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. Dans: *Educational Studies in Mathematics. (15).*

Vergnaud, G., Halbwachs, F., Rouchier, A. (1977). Structure de la matière enseignée, histoire des sciences et développement conceptuel chez l'élève. Dans: *Revue française de psychologie,* (45).

Viennot, L. (1989). Obstacles épistémologiques et raisonnement en physique: tendances au contournement des conflits chez les professeurs. Dans: N. Bednarz et C. Garnier (dir.), *Construction des savoirs: Obstacles et conflits,* Montréal: Agence d'Arc, pp. 117-129.

Vollrath, H-J. (1988). Une théorie de l'enseignement de concepts dans la formation des maîtres. *Dans:* C. Laborde (dir.). *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. Paris: La Pensée Sauvage.

MATHÉMATIQUES ET AFFECTIVITÉ

Anxiété et confiance en soi dans l'apprentissage des mathématiques

Louise Lafortune
Cégep André-Laurendeau

Résumé

Ce texte explique brièvement certaines manifestations de l'anxiété et du manque de confiance en soi à l'égard des mathématiques. Il présente également quelques éléments d'une recherche-action au cours de laquelle un plan d'interventions andragogiques et didactiques portant sur la dimension affective en mathématiques a été élaboré, implanté et dont l'implantation a été évaluée.

La majorité des programmes de formation de l'enseignement collégial exigent la réussite de cours de mathématiques; les étudiants et les étudiantes ne peuvent pratiquement plus éviter cette discipline. Or, un grand nombre d'échecs finissent par avoir une influence négative sur la population étudiante qui craint souvent d'échouer aux cours de mathématiques. Tenant compte des résultats de différentes recherches et travaux (Tobias, 1978, 1987; Blouin, 1985, 1987; Nimier, 1976, 1985; Baruk, 1973, 1985; Lafortune, 1987, 1988, 1990), il nous apparaît intéressant et pertinent d'analyser les facteurs relevant de la dimension affective intervenant sur les difficultés d'apprentissage en mathématiques.

Pour aborder ce sujet, nous allons d'abord présenter ce qui nous a menée à explorer l'influence de différentes composantes de la dimension affective sur l'apprentissage des mathématiques. Nous expliquerons ensuite brièvement certaines manifestations de l'anxiété et du manque de confiance en soi à l'égard des mathématiques. Enfin, nous présenterons quelques éléments d'une recherche-action (1992) au cours de laquelle nous avons élaboré, implanté et évalué l'implantation d'un plan d'interventions andragogiques et didactiques portant sur la dimension affective en mathématiques.

Un premier constat qui s'impose à l'enseignement collégial est le pourcentage élevé des échecs et abandons en mathématiques. Selon le Conseil des collèges (1988), il y a eu, par exemple, en enseignement ordinaire, en sciences de l'administration, 63% de réussite, 16% d'abandon, 21% d'échec; en sciences humaines avec mathématiques, des résultats semblables ont été relevés: 54% de réussite, 21% et 25% d'échec.

Colloque Élève, école, société. CIRADE, UQAM, 1993, pp. 57-62.

Blouin (1987, 1985) remet en question les causes des échecs et abandons en mathématiques liées à la capacité de réussir ou à la possession d'un talent supérieur. D'autres éléments semblent de plus en plus importants à considérer dans les difficultés d'apprentissage en mathématiques, à savoir les méthodes de travail inappropriées, le manque d'effort fourni, le manque de confiance en ses capacités de réussir et les réactions d'anxiété à l'égard des mathématiques.

Dans une recherche exploratoire réalisée auprès d'adultes inscrits à un cours de mathématiques de l'enseignement collégial, Lafortune (1990) a remarqué que la motivation, le manque de confiance en soi et l'anxiété influençaient l'apprentissage de cette discipline chez les adultes. Ce sont les résultats de cette recherche qui nous ont menées à étudier plus particulièrement ces trois aspects de l'apprentissage reliés à la dimension affective. Cette recherche effectuée auprès d'adultes permet de mieux connaître les jeunes, car les adultes se rappellent souvent très bien de ce qu'ils ont vécu lors de leurs études primaires et secondaires même si certains événements se sont déroulés il y a plusieurs années. Aussi, les adultes apportent des critiques vis-à-vis de l'enseignement des mathématiques qui sont souvent constructives et permettent de remettre en question cet enseignement. Ils identifient souvent les causes de leurs difficultés et ne les reportent pas toujours sur les professeurs et les professeures; ils signalent d'autres facteurs tels leurs propres réactions à l'égard des mathématiques, leur manque de travail ou leur manque de préalables. Même si leur analyse n'est pas toujours juste, si on les écoute, il est généralement assez facile de décoder leurs critiques et de discuter avec eux de solutions possibles.

Même si les résultats de cette recherche auprès des adultes précisent que, à la fois, l'anxiété, le manque de confiance en soi et la motivation interviennent dans l'apprentissage des mathématiques, dans le présent texte, nous aborderons uniquement l'anxiété et la confiance en soi à l'égard des mathématiques. En effet, ces deux aspects de la dimension affective à l'égard des mathématiques apparaissent difficiles à dissocier.

Anxiété

Tobias (1978) est l'auteure qui nous a le plus éclairée sur l'anxiété à l'égard des mathématiques. Elle décrit assez bien ce qui se passe dans la tête de chacun et de chacune lorsque l'anxiété à l'égard des mathématiques se manifeste. Pour les besoins de son exposé, elle partage le fonctionnement du cerveau entre la mémoire, la compréhension et le lien qui se fait entre les deux. Si le système fonctionne bien, l'étudiant ou l'étudiante cherchera la solution d'un exercice de mathématiques en faisant d'abord appel à sa mémoire, en cherchant la bonne formule ou la bonne approche pour ensuite passer à la compréhension afin de trouver une façon de résoudre l'exercice. Si la mémoire et la compréhension sont bien développées, mais qu'en

examinant un problème de mathématiques certaines émotions, particulièrement l'anxiété, se manifestent, la tension monte et la confiance baisse. Le lien entre la mémoire et la compréhension se fait péniblement, ce n'est plus aussi facile de «penser» et on peut même en venir à douter de ses capacités. La personne croit alors qu'elle ne peut plus travailler parce qu'elle ne peut plus penser. En réalité, c'est l'inverse, elle ne peut plus penser parce qu'elle a cessé de réfléchir à la solution et de faire des mathématiques.

L'anxiété à l'égard des mathématiques n'est pas exclusive à ceux et à celles qui ont des difficultés en mathématiques. Comme l'explique Blouin (1985, p. 13), «ce qui est peut-être le plus étonnant, cependant, c'est que la confrontation avec les mathématiques provoque régulièrement de fortes réactions d'anxiété même chez ceux qui réussissent très bien leurs cours. Chez ces étudiants dont l'expérience d'anxiété est peu ou pas du tout associée à une baisse de rendement, l'apprentissage des mathématiques est quand même si aversif (sic) qu'ils auront tendance à éviter les programmes d'études faisant une place trop importante à cette discipline».

Toujours sur le plan de l'anxiété, existe-t-il des différences entre les hommes et les femmes? Les femmes seraient-elles seules victimes de l'anxiété à l'égard des mathématiques? Tobias (1978) a commencé à étudier cette problématique en croyant qu'elle était essentiellement d'ordre féministe. Cependant, son expérience lui a montré que les hommes et les femmes vivent de l'anxiété à l'égard des mathématiques. Les femmes seraient toutefois plus désemparées. De nombreux hommes trouvent les mathématiques difficiles, voire pénibles mais ils réagissent différemment, font de grands efforts de dissimulation, pensent généralement qu'en travaillant beaucoup, ils y arriveront. De leur côté, les femmes ont été le plus souvent exclues de ce domaine traditionnellement réservé aux hommes; elles ont ainsi un excellent prétexte pour éviter les malaises suscités par les mathématiques; elles n'ont pas appris à transcender cette anxiété et remettent plus facilement en question l'orientation choisie en fonction du nombre de cours de mathématiques exigé. Cette anxiété ressentie par les hommes comme les femmes est très liée au manque de confiance en ses capacités de réussir en mathématiques.

Confiance en soi

Tout en liant le manque de confiance en soi à l'anxiété à l'égard des mathématiques, Blouin (1987) accorde davantage d'importance à la consolidation ou à l'augmentation de la confiance en ses propres capacités de réussir en mathématiques. Il explique que la confiance en ses capacités de réussir en mathématiques s'acquiert à un premier niveau par l'expérience du succès (Blouin, cité par Lafortune, 1988). Les étudiants et les étudiantes doivent être capables de réussir les premiers exercices ou problèmes qu'on leur présente, ils doivent donc faire face à des problèmes qui tiennent compte de leur niveau de connaissances et non pas du niveau auquel

on voudrait qu'ils soient rendus. Cette expérience du succès, nécessaire au début de l'apprentissage pour renforcer la confiance, doit considérer les connaissances transmises et les objectifs à atteindre en se gardant bien de placer l'étudiant ou l'étudiante en situation d'échec. À un deuxième niveau, l'étudiant ou l'étudiante doit apprendre à s'attribuer la réussite de l'expérience. Le succès doit être associé à des habiletés de la personne et à l'effort fourni et non seulement à la facilité de la tâche.

Mura et al. (1986), dans une étude visant à expliquer le faible taux d'inscription des filles en sciences à l'enseignement collégial, conclue que le degré de confiance en ses capacités de réussir en mathématiques est le facteur déterminant. Les élèves qui ont choisi de s'orienter en sciences ont manifesté un plus haut niveau de confiance que les autres et parmi ceux-ci, les garçons plus que les filles. Toutefois, Mura ajoute que même si les filles ont manifesté une moins grande confiance en leurs capacités de réussir en mathématiques que les garçons, nous ne pouvons pas conclure que ce sont nécessairement les filles qui manquent de confiance; ce pourrait être aussi les garçons qui surestiment leurs capacités, car les résultats scolaires de ces derniers sont équivalents à ceux des filles. Aussi les filles et les garçons perçoivent différemment leurs succès et échecs en mathématiques: d'un côté, les garçons attribuent généralement leurs succès à leurs capacités de réussir en mathématiques et leurs échecs au manque d'effort fourni; d'un autre côté, les filles attribuent habituellement leurs succès à l'effort fourni et leurs échecs à leur incapacité.

Solutions

Pour tenter de diminuer l'influence négative de l'anxiété, du manque de confiance en soi et du manque de motivation, nous avons élaboré un plan d'interventions conçu (Lafortune, 1992) pour agir sur ces différentes composantes de la dimension affective. Ce plan d'interventions comporte sept activités didactiques à utiliser à des moments stratégiques au cours d'une session d'enseignement (premier cours, examen, début d'un nouveau contenu théorique...). Certaines des activités traitent directement de la dimension affective (stress à l'examen, partage des émotions...) tandis que d'autres utilisent un contenu théorique mathématique pour rejoindre les émotions des étudiants et des étudiantes (mise en forme mathématique, liens entre les mathématiques et l'expérience personnelle et professionnelle...).

Dans le cadre de cette recherche-action, le plan d'interventions a été appliqué à l'enseignement collégial par 15 professeurs et professeures de mathématiques enseignant 10 cours différents, dans neuf cégeps, auprès de 498 adultes.

L'évaluation d'implantation du plan d'interventions montre qu'il est possible d'intervenir sur la dimension affective dans un cours de mathématiques de l'enseignement collégial. Les professeurs et les professeures ont également à leur disposition un matériel didactique qui leur

permet de faire l'expérience d'intervention sur la dimension affective et ce, sans remettre en question la ou les méthodes pédagogiques utilisées.

Tenant compte des nombreux échecs et abandons recensés en mathématiques, du grand nombre d'adultes qui reviennent étudier et des pressions sociales et familiales associées à l'obligation de réussir dans cette discipline, il importe de s'interroger sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

Nous ne prétendons pas qu'intervenir sur la dimension affective soit l'unique solution à toutes les difficultés d'apprentissage en mathématiques. Néanmoins, cette piste est une solution à explorer dans le contexte où plusieurs jeunes et adultes veulent éviter cette discipline. De plus, cette solution peut particulièrement rejoindre les jeunes et les adultes qui réussissent dans les autres disciplines et qui ont des difficultés en mathématiques.

Bibliographie

Baruk, S. (1973). *Échec et maths*. Paris: Éditions du Seuil, 318 pages.

Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine: de l'erreur en mathématiques*. Paris: Éditions du Seuil, 314 pages.

Blouin, Y. (1985). *La réussite en mathématiques au collégial: le talent n'explique pas tout*. Québec: Cégep F.-X. Garneau, 156 pages.

Blouin, Y. (1987). *Éduquer à la réussite en mathématiques*. Québec: Cégep F.-X.- Garneau, 107 pages.

Conseil des collèges (1988). *La réussite, les échecs et les abandons au collégial: l'état des besoins de l'enseignement collégial*, Rapport 1987-1988. Québec: Gouvernement du Québec, 101 pages.

Lafortune, L. (1987). *Les mathématiques d'appoint et les adultes: description de la situation et éléments de solution*. Québec: Ministère de l'enseignement supérieur et de la science. DGEC, SFA, 123 pages.

Lafortune, L. (1988). *L'enseignement des mathématiques d'appoint aux adultes: étude des méthodes pédagogiques et des attitudes des enseignants et enseignantes*. Montréal: Cégep André-Laurendeau, 146 pages.

Lafortune, L. (1990). *Adultes, attitudes et apprentissages des mathématiques*. Montréal: Cégep André-Laurendeau, 153 pages.

Lafortune, L. (1992). *Élaboration, implantation et évaluation d'implantation à l'ordre collégial d'un plan d'interventions andragogiques et didactiques en mathématiques portant sur la dimension affective*. Thèse de doctorat. Montréal: Université du Québec à Montréal, 436 pages.

Lafortune, L. (1992). *Dimension affective en mathématiques, recherche-action et matériel didactique*. Montréal: Modulo, 170 pages.

Mura, R. et coll., (1986). *Attitudes, expériences et performance en mathématiques d'étudiantes et d'étudiants de cinquième secondaire selon leur choix scolaire*. Les cahiers de recherche du GREMF (groupe de recherche multidisciplinaire féministe). Québec: Université Laval, 234 pages.

Nimier, J. (1976). *Mathématiques et affectivité*. Paris: Stock, 249 pages.

Nimier, J. (1985). *Les maths, le français, les langues, à quoi ça me sert?* Paris: Cedic-Nathan, 265 pages.

Tobias, S. (1978). *Over-coming math anxiety*. Boston: Houghton Mifflin, 284 pages.

Tobias, S. (1981). *Le mythe des maths*. Paris: Études vivantes. Traduction de Over-coming math anxiety, 172 pages.

Tobias, S. (1987). *Succeed with math: every student's guide to conquering math anxiety*. New York: College Entrance Examination Board, 252 pages.

LA FIGURE ET L'ACTIVITÉ GÉOMÉTRIQUE EN ENSEIGNEMENT AU SECONDAIRE

Mustapha Ourahay
CIRADE, Université du Québec à Montréal
et
ENS de Marrakech

Résumé

En se limitant à l'enseignement des mathématiques au secondaire, la géométrie se distingue des autres branches mathématiques par la présence des objets concrets, du dessin et de la figure. La présence de ces éléments impose qu'on fasse des actions concrètes pour construire et opérer sur la figure ou sur les objets concrets. Ces actions sont soutenues par des instruments ou des outils et supportées d'une manière générale par une théorie sous-jacente à l'action ou une conceptualisation. Par exemple, l'activité de construction d'un carré à l'aide du logiciel Cabrigéomètre nécessite qu'on connaisse les possibilités et les limites théoriques de l'utilisation de cet outil de construction, et qu'on intègre ces possibilités à une caractérisation du carré qui permet de réussir sa construction Cette intégration est un établissement d'une équivalence théorique entre des actions concrètes par Cabrigéomètre et une conception du carré. Et c'est par l'intermédiaire de cette équivalence théorique qu'un raisonnement sur les figures ou les objets concrets est accepté dans l'univers des mathématiques.

Le court résumé que nous nous venons de présenter souligne l'existence d'un rapport entre les aspects pratique et théorique d'une activité géométrique. Dans ce qui suit, nous allons limiter nos réflexions à certains aspects de la présence de la figure en géométrie. Nous allons traiter ce sujet en nous limitant à la construction de la figure géométrique et à l'opération de celle-ci. Soulignons aussi que ce traitement est à caractère didactique, ainsi, nous allons essayer de traiter la figure dans des situations didactiques où il y a présence d'une activité géométrique. Nous allons essayer de souligner le rôle de la figure en géométrie et d'identifier certains aspects reliés à sa présence.

La figure est une représentation externe et imagée d'un concept ou d'une situation géométrique. En géométrie on a deux sortes de figures: certaines se réfèrent à la géométrie plane et d'autres à la géométrie spatiale. Les premières permettent un accès direct aux situations, elles se rapportent aux configurations planes. Par contre, les autres transposent une configuration de l'espace sur le plan. Ceci nécessite l'existence d'un code d'écriture et de lecture. Dans ces conditions, l'accès aux relations spatiales passe par la médiation de la représentation plane. Cette médiation suppose l'existence d'une théorie sous-jacente à cette transposition.

Colloque Élève, école, société. CIRADE, UQAM, 1993, pp. 63-68.

1. Certains rôles de la figure

La figure donne à l'intuition géométrique un statut privilégié dans le raisonnement mathématique. Par exemple, un segment est déterminé par la donnée de deux points, on peut ainsi définir quatre points qui déterminent deux segments orthogonaux. Mais, pour un élève au secondaire, la notion d'orthogonalité géométrique nécessite la construction des deux segments sinon, il ne peut pas la concevoir. C'est la même chose aussi pour la tangente à un cercle: elle est construite à partir du fait que toute tangente est orthogonale au rayon qui aboutit au point de contact. Ainsi, le cercle peut ne pas être tracé. Mais, l'enfant n'acceptera jamais ce résultat. En plus, la simple observation de la figure construite constitue en soit une réponse.

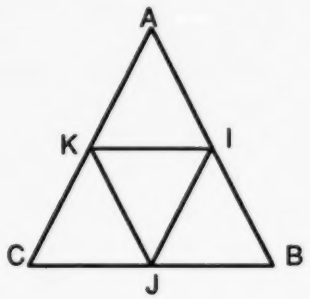
La figure permet d'illustrer les situations étudiées; elle aide à identifier des relations géométriques ou des hypothèses de relations d'une situation géométrique qui ne sont pas clairement évidentes dans un énoncé verbal. Elle est une partie prenante d'une démonstration; par exemple, il y a des démonstrations où la figure joue le rôle de guide et de contrôle de la structure du raisonnement. En d'autres mots, la figure permet de structurer le raisonnement et de faciliter son suivi; elle est un support pour maintenir le fil conducteur du raisonnement.

2. L'appréhension de la figure

Devant une activité géométrique, l'appréhension de la figure diffère selon que cette dernière est donnée ou construite. Dans le premier cas, la figure est considérée comme un objet intemporel et statique. Son appréhension se réfère davantage à la forme globale de la figure, et ce sont les aspects figuratifs qui dominent. Par exemple, la figure formée d'un carré inscrit dans un triangle scalène peut être vue comme un carré à l'intérieur d'un triangle, comme une composée de trois triangles et un carré, etc. Par contre, quand elle est construite, l'appréhension intègre certains éléments de la construction et même certaines contraintes de cette construction. Elle est davantage orientée vers la décomposition de la figure en termes de séquences de constructions. Dans ce cas, la figure est plus un objet temporel et dynamique; elle peut être vue comme un ensemble de séquences de constructions. L'appréhension peut même intégrer l'ordre de ces séquences et les contraintes de leurs constructions. Par exemple, un parallélogramme peut être vu comme une figure rectangulaire et *inclinée* ou comme celle qui a quatre côtés dont ceux opposés sont parallèles. Cette distinction entre la figure considérée comme un objet construit ou donné illustre le fait que l'appréhension de la figure diffère selon qu'elle est l'objet d'une identification ou d'une construction. En d'autres mots, on ne peut pas séparer l'appréhension du contexte de l'activité, c'est-à-dire, l'appréhension de la figure ne dépend pas seulement de la nature de la figure et de la personne qui l'appréhende; elle dépend aussi du contexte dans lequel elle se présente.

3. La figure: cas générique, cas particulier

Sous une vision atomiste, la figure apparaît comme un ensemble de données regroupées dans une structure, et ayant une configuration et, c'est l'ensemble de toutes ces données qui donne présence à un objet qui est figure. Ce qui lui est spécifique, c'est qu'elle est engendrée par des *choix reliés à la construction* et un nombre minimal de données mathématiques. Une fois qu'on l'a, elle génère d'autres données et elle les présente comme des faits. Par exemple, la figure engendrée par la donnée d'un triangle ABC et du triangle IJK ayant pour sommet les milieux de ses côtés génère d'autres données comme: on a quatre parallélogrammes, des angles égaux, des côtés égaux, etc. Soulignons aussi que la construction de cette figure nécessite des choix. Dans la figure ci-dessous, le choix de B rend le triangle ABC isocèle, et il sous-tend la présence d'un losange. Souvent on fait des choix dans la construction de figures sans en être conscient, ce qui nous amène à considérer certains faits issus de ces choix comme étant des résultantes des données de base de la figure. Par exemple, si on ne se rend pas compte du choix de B, on peut facilement généraliser la situation en intégrant les éléments issus de ce choix.



Par ce fait, la figure ne facilite pas la tâche d'établir des relations logiques entre ses différentes constituantes; elle présente des faits sans illustrer leurs liens logiques. En plus, dans une situation de résolution de problème, elle nécessite un traitement heuristique pour sélectionner uniquement les éléments pertinents à la résolution qui sont dus aux données de base de la figure et non pas au choix sous-jacent à sa construction.

En plus, la figure est à la fois **générique** et **particulière**: elle est générique parce qu'elle représente une famille d'objets qu'on peut générer par les mêmes données de base qui lui ont donné naissance. Par exemple, la figure rectangle génère toute les formes géométriques ayant quatre angles droits. Elle est particulière par l'ensemble des choix auxquels on a fait appel dans sa construction. Par exemple, le rectangle ayant deux côtés horizontaux et une dimension particulière est une forme particulière. Cet aspect de la figure qui se traduit par le fait qu'elle est à la fois générique et particulière, souligne que deux figures générées par un même ensemble de données peuvent ne pas générer les mêmes **faits** parce qu'il y a présence des choix dans la

construction. Bien que ces choix ne touchent souvent qu'à des faits périphériques et non pertinents, d'un point de vue mathématique, à la situation étudiée, ils ont quand même un impact au niveau du traitement ou de l'appréhension de la figure. Ainsi, quand on utilise une figure dans une résolution de problème, il faut s'assurer que ce qu'on doit retenir de cette figure est d'ordre général et qu'il ne relève pas des choix qui accompagnent sa construction.

4. Certains traits (figuraux) liés à la présence de la figure

D'un point de vue purement théorique, la figure géométrique est abstraite. Elle est une forme de représentation d'objets géométriques du même ordre que la représentation des objets par leurs équations. Elle est le résultat d'une construction géométrique comme l'équation est l'aboutissement d'un traitement analytique. Une distinction s'impose alors entre la figure géométrique et un croquis illustratif: un croquis n'est qu'un modèle concret d'une situation. Souvent il ne reflète pas toutes les informations. En général, il n'est pas fidèle à toutes les contraintes et les hypothèses renfermées dans cette situation. Par contre la figure géométrique est indépendante de la personne qui la construit. Elle est faite par l'intermédiaire d'un algorithme logique et d'une organisation théorique cachés derrière des actions. Elle est en quelque sorte comme l'image sensible d'un objet intelligible à la façon dont Platon a défini son monde des idéaux (Ourahay, 1989, p. 37).

En enseignement, la figure géométrique est toujours située dans un espace limité. Cette considération renvoie à la perception de la figure en fonction de sa direction, de son orientation et de sa position relative. Dans la pratique scolaire, on privilégie certaines positions relatives pour certaines figures et certaines directions et ainsi leur perception ou leur appréhension devient facile ou difficile suivant ces considérations. En d'autres mots, dans la construction des figures, certains choix sont plus privilégiés que d'autres. Par exemple, la droite horizontale ou verticale (l'orthogonale à l'horizontale); le triangle ayant une base (un côté horizontal); le triangle isocèle ayant les côtés isométriques qui se coupent au sommet opposé à la base; les quadrilatères ayant un côté horizontal ou vertical. Ces choix spécifiques accompagnent souvent la construction des figures au point où ils sont devenus comme des aspects caractérisant la figure. Ces choix stabilisés par la pratique scolaire sont d'ordre figuratif et ils n'ont pas d'importance sur le plan purement mathématique. Par contre, ces choix peuvent intervenir au niveau heuristique. Par exemple, un élève qui conçoit l'horizontal dans l'orthogonalité et le triangle isocèle comme nous l'avons décrit ci-dessus, ne peut pas concevoir un triangle à la fois rectangle et isocèle. Pour lui, c'est un objet impossible à construire. Ce phénomène met en évidence l'impact de certains aspects figuratifs sur le raisonnement et il illustre la différence qui existe entre la figure chez les mathématiciens et la figure dans l'enseignement. En d'autres mots, l'élève doit être attentif aux choix qu'il prend dans sa construction de figure parce que son appréhension de la figure dépend de sa position dans le plan.

5. Certaines idées sur le rapport exploration - figure

Prenons l'exemple suivant comme base de nos réflexions: la somme des angles d'un triangle est égale à deux droites. La première chose à laquelle on pense quand on veut démontrer ce théorème est la construction de la figure qui est le triangle. On cherche ensuite des pistes qui permettent de faire des liens entre ce qu'on a comme résultats connus et le résultat qu'on veut prouver. L'une des difficultés de la résolution de problèmes en géométrie est de trouver un point de départ à cette résolution. On cherche souvent à examiner les cas particuliers ou remarquables, à élargir le contexte du problème en lui ajoutant des éléments. Pour ce théorème, on peut voir par exemple s'il est vrai pour un triangle isocèle et ensuite chercher à établir des liens entre cette situation particulière et une situation quelconque. On peut aussi prolonger les côtés du triangle et examiner cette nouvelle situation. En d'autres mots, la résolution de problèmes en géométrie ne se limite pas au contexte du problème parce que le point de départ de la solution n'est pas généralement dans l'énoncé du problème. *Nous supposons alors que l'exploration par la figure permet de conjecturer, de trouver les points de départ d'une solution, et de mener aux cas limites, aux cas exceptionnels, aux cas remarquables ou typiques, aux cas génériques, à la recherche des contre-exemples, et à l'élargissement du contexte du problème.*

La figure représente les objets géométriques comme étant une accumulation de propriétés qu'on pourrait dire *indifférenciées*; on ne peut pas les partager. Le fait que ce soit indifférencié ne permet pas d'exprimer une partie de cette totalité et aussi de mettre en évidence une hypothèse et une conclusion. En d'autres mots, elle présente un ensemble de données sans distinguer entre ce qui est hypothèse de ce qui est conclusion. On pourrait dire que *la figure favorise des inférences et des raisonnements de type si et seulement si. Nous soutenons alors que la caractérisation des objets favorise le fonctionnement par équivalence et que cette dernière ne résulte pas de l'établissement d'une double inférence.*

Conclusion

La présence de la figure en géométrie rend l'activité et le raisonnement géométriques distincts de l'activité mathématique dans d'autres branches mathématiques. Par exemple, en géométrie, l'équivalence est souvent présentée comme une seule entité alors qu'en analyse, elle est généralement une double inférence.

Ce qu'on a présenté sur la présence de la figure en géométrie permet de mettre en évidence la présence de certains phénomènes périphériques au cadre théorique et mathématique sous-jacent à l'activité mathématique et géométrique. Ces phénomènes ont un impact au niveau de l'enseignement de la géométrie. Par exemple, l'appréhension de la figure et la présence de certains traits figuraux qui accompagne sa construction sont des éléments qu'on ne peut pas

ignorer et ils jouent un rôle primordial dans l'activité de résolution de problèmes géométriques (voir thèse de troisième cycle de Ana Mesquita). Pour conclure, la figure pose un problème de sélection dans une activité de résolution. Ce problème se situe au niveau des relations entre propriétés qui peuvent être les éléments d'inférences parce qu'elle les présente comme des faits et non pas comme le résultat d'une déduction. En plus, il y a des situations figurales qui peuvent rendre le problème (à résoudre) plus facile que d'autres. Par exemple, l'orthogonalité est facilement détecté quand elle est formée par l'horizontal et le vertical.

Bibliographie

Mesquita, A.M. (1989). *L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie: éléments pour une typologie*. Thèse de doctorat, Université de Strasbourg.

Ourahay, M. (1989). *La systématisation de l'utilisation de l'instrument et la structuration de la notion de symétrie*. Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal.

LA FIGURE EN GÉOMÉTRIE:
une problématique ouverte

Ana Lobo Mesquita
Universidade de Lisboa et CIRADE, Université du Québec à Montréal

---

Résumé

Nous analysons ici quelques obstacles posés par l'utilisation des figures dans la résolution de problèmes de géométrie. À la suite de cette analyse, nous proposons quelques critères qui permettent d'évaluer les possibilités heuristiques des figures géométriques en regard des problèmes posés.

La géométrie est un domaine des mathématiques dans lequel on fait en permanence appel à trois registres, celui du **registre figuratif**, lié au système perceptif visuel, avec des lois d'organisation propres à ce système, celui du **langage naturel**, avec ses possibilités de description et d'explicitation du statut des énoncés et celui du **langage symbolique**, avec ses possibilités propres d'écriture et de recours à des formules. Parmi ces registres, ce sont surtout les deux registres de langage qui ont été étudiés dans les recherches en didactique des mathématiques (C. Laborde, 1982). D'autres recherches, comme celles de Bell (1976), de Stein (1986) et Balacheff (1988), par exemple, se sont centrées sur les différences entre le mode de raisonnement des élèves et les exigences propres au raisonnement mathématique.

On a prêté moins attention au rôle joué par la figure dans les problèmes de géométrie. Examinons brièvement ce rôle. D'un point de vue mathématique, la question des figures semble être claire: un mathématicien sait ce qu'une figure peut lui apporter. Frenkel (1973) exprimait bien cet apport: «les figures permettent de mobiliser simultanément les multiples relations que la parole ou l'écriture - qui se déroulent linéairement dans le temps - ne peuvent énoncer que successivement». Les mathématiciens tout en reconnaissant le rôle des figures, reconnaissent aussi que celles-ci sont dispensables. Dans la préface à *Algèbre Linéaire et Géométrie*, Dieudonné le mentionne exemplairement: «Je me suis permis aussi de n'introduire aucune figure dans le texte, ne serait-ce que pour faire voir que l'on s'en passe fort bien ; mais ici encore c'est un manque auquel mes lecteurs suppléeront d'eux-mêmes» (Dieudonné, 1964).

D'un point de vue didactique, la situation est moins nette: pour les élèves, contrairement aux mathématiciens, le rôle des figures peut être ambigu. Pour une première raison, très simple, associée à la représentation externe des concepts géométriques: une figure, que nous définissons comme une représentation externe iconique d'un concept ou d'une situation géométrique, peut représenter, selon les cas, soit une situation concrète, soit une situation

abstraite. Prenons l'exemple très simple du triangle. Une figure associée au triangle peut bien représenter ce que Husserl appelle une «finité», dans le sens d'une forme finie et variée dans sa spatio-temporalité, mais elle se prête aussi à la représentation d'une forme géométrique (en tant qu'«objectité idéale»). La deuxième est liée au concept lui-même, tandis que la première apparaît comme une occurrence de celui-ci.

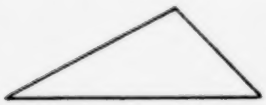


Figure 1

Autrement dit, le triangle de la figure 1 peut être considéré soit comme le triangle de côtés 2, 3, 4, un exemple d'une «finité», soit comme une forme géométrique avec trois côtés, délivrée des contraintes empiriques dues à la concrétisation, réduite à son sens phénoménologique, c'est-à-dire, comme une «objectité idéale». Pour les deux cas, on utilise pourtant le même nom. C'est ce phénomène que nous avons appelé le **double statut** des objets géométriques (Mesquita, 1989b). Par conséquent, quand on trace un triangle, on doit saisir le degré d'abstraction que l'on suppose: parle-t-on du triangle particulier de côtés donnés ou de la forme géométrique, abstraite?

Notons que la représentation externe, par ses caractéristiques et par l'emploi presque exclusif du registre figuratif, ne permet pas la distinction entre les deux cas, l'abstrait et le concret[1]. Pour représenter un concept, on lui associe des contraintes empiriques (comme par exemple des mesures), ce qui peut entraîner la perte de généralité souhaitée. Bien entendu, pour beaucoup de problèmes, ces mêmes contraintes doivent être négligées. La distinction entre l'essentiel au concept (ou à la situation) et l'accessoire, liée aux contraintes matérielles de la représentation, ne peut pas être cernée seulement à partir de celle-ci. Tandis que pour le géomètre cette distinction se fait implicitement, pour l'élève qui apprend la géométrie la distinction entre ce qui est propre au concept (ou à la situation) et ce qui est lié à la forme de représentation choisie n'est pas automatique. Autrement dit, tandis que pour le géomètre, le statut d'une figure géométrique est clairement perçu, et celle-ci est vue comme un ensemble de relations, pour l'élève, au contraire, qui tend à voir la figure comme une image, une confusion entre les deux statuts peut s'établir, et par la suite, devenir une source de conflits pour l'apprenant.

1 Certes, la possibilité de coder les figures peut contribuer à établir cette distinction.

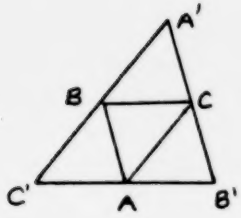
Supposant solutionné ce conflit, les problèmes d'utilisation de la figure ne s'arrêtent pas pour autant. Une deuxième question concerne sa «lecture», autrement dit, la «mobilisation des multiples relations» dont parlait Frenkel. Ce qui soulève tout le problème de la perception Comme Merleau-Ponty (1964) l'exprime très clairement, «on ne voit que ce qu'on regarde», ce qui présuppose que l'attention va être attirée par certaines relations au détriment d'autres. Ce qui veut dire que pour saisir ces multiples relations, il faut déjà savoir - un peu, au moins - ce qui peut nous intéresser. D'autre part, parmi toutes les relations qu'une figure peut mobiliser, il y en a certaines qui ne sont pas pertinentes pour le problème.

En résumé, les élèves peuvent se rencontrer dans l'une des situations suivantes:

a) ou bien les élèves ne parviennent pas à voir sur la figure ce qui peut amener à une solution;
b) ou alors les figures attirent leur attention sur des pistes qui n'ont rien à voir avec le problème (et dans ce cas, la figure est un obstacle au développement du raisonnement);
c) ou alors les figures remplissent un rôle heuristique pour le problème en question, et risquent de suggérer les démarches de raisonnement qui peuvent être selon les situations, correctes ou incomplètes.

Il n'est pas alors étonnant de constater que dans l'enseignement des mathématiques la place des figures a changé au cours du temps. Ce changement reflète, d'une certaine façon, la reconnaissance par des mathématiciens du rôle ambigu que les figures peuvent avoir pour les élèves, et il correspond à un essai de résolution du conflit didactique que le double statut d'une figure peut entraîner. À l'absence des figures, prônée dans l'époque des mathématiques modernes, suit, quelques années plus tard, dans les manuels scolaires, une période d'abondance des figures.

Si on pense maintenant au cas des problèmes en géométrie - qui ont une fonction assez particulière dans l'enseignement des mathématiques, celle d'introduire, auprès des élèves, le raisonnement déductif - où il y a un énoncé à considérer et à associer à une figure (donnée ou à construire), d'autres obstacles liés aux registres et à l'articulation entre eux se posent encore. On doit alors tenir compte de la congruence entre les registres impliqués (Duval, 1988a). Les informations issues de ces deux ou trois registres, selon les cas, ne sont pas nécessairement les mêmes: c'est le phénomène de la non-congruence, qui se traduit par un coût cognitif, comme l'a montré Duval. Analysons le cas suivant, cité par Duval, se référant à un problème traité par Dupuis et al. (1978):



Énoncé:
H:A'C' // AC
A'B' // AB
B'C' // BC
T:
Montrer que A est le milieu de B'C'.

Figure 2

Ici la figure est non-congruente à l'énoncé: tandis que la figure suggère un petit triangle inscrit dans un grand triangle, les hypothèses mentionnent des droites. Le taux de réussite, concernant des élèves de 14-15 ans, baisse de 42% à 18% quand on passe d'une tâche congruente à une non-congruente (Duval, 1988a, p. 60).

D'un point de vue de la géométrie et des figures, la distinction suivante, signalée par Merleau-Ponty (1945), à la suite des gestaltistes, a une importance fondamentale pour les traitements exigeant une réorganisation de la figure: «une ligne objective isolée et la même ligne prise dans une figure cesse d'être, pour la perception, la même. Elle n'est identifiable dans ces deux fonctions que pour une perception analytique qui n'est pas naturelle» (ibid., p. 18, souligné de l'auteur). Cette distinction est à la base d'un modèle d'analyse de figures, dont nous présentons par la suite quelques critères.

Esquisse d'un modèle d'analyse des figures

Le modèle d'analyse de figures que nous avons développé (Mesquita, 1989b) et dont nous présentons ici quelques critères, vise à expliquer le pouvoir heuristique d'une figure dans un problème, lequel est lié aux conditions de visibilité et de réorganisation d'une figure. Ces conditions de visibilité sont très variables, comme le suggèrent les recherches de Pellegrino et Kail (1982). Ces auteurs ont mis en valeur le coût des opérations élémentaires (tels que la rotation et le déplacement) requises dans la recomposition d'une figure: les temps de réaction dans des tâches de reconnaissance sont variables, pouvant atteindre dix secondes dans le cas les plus complexes (ceux où la rotation et le déplacement sont mis simultanément en jeu). Dans le cas des problèmes géométriques, dont la résolution exige en général beaucoup plus qu'une tâche de reconnaissance, les conditions de visibilité ont une importance accrue. Pour l'établissement du modèle, nous avons essayé de mettre en évidence des facteurs qui font que les éléments d'une solution soient plus ou moins visibles sur une figure, pour une situation mathématique donnée.

Le rôle de la figure

Un premier critère est le rôle de la figure. Il n'est pas le même dans tous les problèmes de géométrie. Ce rôle peut être soit *descriptif*, quand il se réduit a une appréhension synoptique des propriétés en présence, soit *heuristique*, si la figure agit comme un déclencheur de démarches.

Le rôle de la figure est en général associé aux formes d'appréhension qu'elle suscite. Duval (1988b) définit l'appréhension opératoire comme la forme d'appréhension centrée sur les modifications possibles de la figure et sur sa réorganisation en des sous-figures autres que la figure de départ. Cette forme d'appréhension, permettant de mettre en évidence l'existence de figures fondamentales suggérant des traitements, est en général associée à un rôle heuristique de la figure. Tel est le cas, par exemple, dans le problème suivant:

Dans la figure suivante, AI est la diagonale du rectangle ASIE.
Comparer les aires des deux rectangles hachurés OURS et LUNE.
(cocher la case correspondante à la réponse)

OURS a l'aire la plus grande ☐ | Les deux aires sont égales ☐ | LUNE a l'aire la plus grande ☐

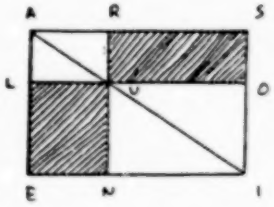


Figure 3

La reconnaissance de deux reconfigurations, l'incluante (c'est-à-dire, 123 et 654 de la figure 4) et la complémentaire (c'est-à-dire, 13 et 64 de la figure 4), sont des facteurs indispensables pour une justification complète de l'égalité des aires (Mesquita, 1989a): la non-reconnaissance de ces deux reconfigurations est alors un obstacle heuristique. D'autre part, nous avons vu que si la figure privilégie une certaine forme d'appréhension, cela peut mettre d'emblée sur des démarches de résolution, correctes ou non. Ainsi, ce que nous avons appelé l'*identification analytique* de la figure - celle qui se centre sur les parties élémentaires - suggère naturellement l'opération de réunion (figure 3). Une *identification globale* - celle qui se fonde sur le partage de la figure - oriente plutôt vers le passage au complémentaire et les traitements soustractifs (figure 4).

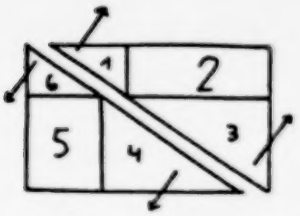


Figure 3

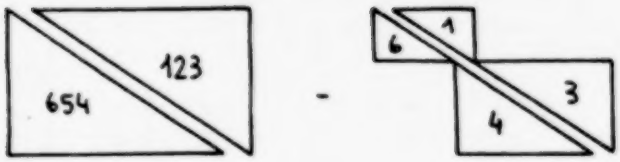


Figure 4

Notons que l'utilisation de la réunion ne permet pas d'obtenir directement l'égalité des aires des rectangles hachurés. Un raisonnement par l'absurde ou par contraposition est alors nécessaire. Ces formes de raisonnement ont été utilisées par des élèves de 10-11 ans[2], comme le montre le cas d'Aur (10 ans), dans l'étude mentionnée (Mesquita, 1989b, p. 62):

Je sais! Ça ... c'est la même aire que ça ...donc ils	réf. 1 et 6, 3 et 4
sont pareils[3] les deux rectangles (...) disons que	réf. 2 et 5 ; 3 et 4
ça, c'est 2, ça c'est 1, des deux côtés, donc ça fait (...)	réf. 1 et 6
3, il faut qu'en tout, ça fasse 4, disons...(...) il est	
obligé que les deux... fassent 1 cm ... sinon un est	réf. 2 et 5
plus grand que l'autre... et vu que c'est bien	réf. rectangle ASIE
divisé en deux... c'est forcément pareil des deux	
côtés...	

2 Dont l'appréhension analytique était un obstacle à l'emploi de traitements soustractifs.

3 Ont la même aire. À noter que nous utilisons ici le codage introduit dans les figures précédentes.

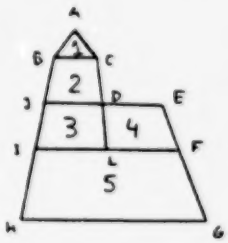
La nature de la figure

Un deuxième critère que nous avons considéré, la **nature** de la figure, est lié au type de traitement admis. Nous disons qu'une figure est un *objet*, si les relations géométriques utilisées pour sa construction peuvent être réutilisées. Nous disons que la figure est une *illustration* quand on ne peut en extraire directement aucune relation géométrique. Même si certaines relations d'incidence et d'alignement, par exemple, semble respectées.

Ces distinctions ne sont pas automatiquement perçues par les élèves. D'où une non-congruence possible entre la nature de la figure tel qu'elle est engendrée par la tâche, et l'interprétation de la figure telle qu'elle est perçue par chaque élève. Par exemple, dans le problème suivant, la nature d'illustration de la figure n'est pas perçue par les élèves qui utilisent la mesure et la proportionnalité[4], procédures incompatibles avec une figure d'une telle nature:

Paul regarde, d'en bas, une cathédrale. Il fait le croquis ci-dessous, où il dessine ce qu'il a observé. Il note aussi les indications suivantes, prises au archives de la cathédrale:

- 1 est un triangle équilatéral;
- 2 est un rectangle;
- 3 et 4 sont des carrés;
- la figure formée par 3, 4 et 5 est un carré;
- la longueur de AC est de 12m.



1. D'après ces indications, que peut-on dire des longueurs suivantes?
(cocher la case correspondante à la réponse)

	C'est 12 m	Ce n'est pas 12 m	On ne peut pas savoir
LF	☐	☐	☐
FG	☐	☐	☐
CD	☐	☐	☐

4 Il s'agit de réponses d'élèves de 14 ans.

Les résultats des réponses des élèves à cette question le montrent bien:

Tableau 1: Les taux de réussite /échec a

	CATHE 1	CATHE 2	CATHE 3
Réussite	64	50	37
Echec	31b	42c	57d
N-réponse	5	8	7

Note:

a) en pourcentage
b) 20% des réponses concernent LF≠12
c) 24% des réponses concernent FG≠12
d) 48% des réponses concernent CD≠12

La nature d'illustration est d'ailleurs la difficulté majeure de ce problème. Une fois dépassé cet obstacle, les substitutions nécessaires pour sa résolution sont facilement faites. Notons que la figure a ici un rôle descriptif: néanmoins, l'appréhension des propriétés exige une correcte interprétation de la nature d'illustration de la figure.

En guise de conclusion

Les critères mentionnés nous donnent une base objective pour l'identification de certains obstacles liés à l'utilisation des figures et nous permettent donc d'évaluer les possibilités heuristiques des figures. Ils semblent alors être un moyen indispensable pour effectuer une analyse utile des tâches géométriques. Ces critères ainsi que la distinction entre les types d'appréhension constituent les premiers éléments d'une théorie cognitive de la résolution des problèmes de géométrie. Ils se présentent comme des outils dont la finalité est double. D'un côté, ils permettent d'établir une gradation des difficultés de résolution de problèmes de géométrie en fonction du statut et du rôle des figures et des critères de congruence. Dans ce sens, une hiérarchie de difficultés peut être établie. D'un autre côté, en choisissant convenablement ces critères, on peut, par sa variation, s'attendre à ce que certaines questions révèlent des différences individuelles dans les réponses des élèves[5].

5 L'analyse de ces différences individuelles donne lieu à une typologie des comportements des élèves en géométrie, que nous décrivons en Mesquita (1989b).

Bibliographie

Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège*. Thèse de Doctorat d'Etat, Université Joseph Fourier, Grenoble: Bell.

Bell, A.W. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations, *Educational Studies in Mathematics, 7*, 23-30.

Dieudonné, J. (1964). *Algèbre Linéaire et Géométrie*. Paris: Hermann.

Dupuis C., Duval, R., Pluvinage, F. (1978). Étude sur la stabilité de la géométrie en fin de troisième. *Géométrie au premier cycle, tome II*, APMEP, 65-99.

Duval, R. (1988a). Ecarts sémantiques et cohérence mathématique, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 1*, 7-25.

Duval, R. (1988b). Pour une approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 1*, 57-74.

Frenkel, J. (1973). *Géométrie pour l'élève-professeur*. Hermann, Paris.

Husserl, E. (1936 /1962). *L'origine de la géométrie*. PUF, Paris.

Laborde, C. (1982). *Langue naturelle et écriture symbolique: Deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*. Thèse de Doctorat d'Etat, Université Scientifique et Médicale, Grenoble.

Merleau-Ponty, M. (1945). *Phénoménologie de la perception*. Paris: Gallimard.

Merleau-Ponty, M. (1964). *L'œil et l'esprit*. Gallimard, Paris.

Mesquita, A. L. (1989a). Sur une situation d'éveil à la déduction en géométrie, *Educational Studies in Mathematics, 20*, 55-77.

Mesquita, A. L. (1989b) *L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie: Eléments pour une typologie*. Thèse de Doctorat, Strasbourg: Université Louis Pasteur.

Stein, M. (1986) *Beweisen*, Franzbecker, Bad Salzdetfurth.

Pellegrino, J.-W., Kail Jr., R. (1982). Process analyses of spatial aptitude, *dans:* R.J. Sternberg (dir.), *Advances in the psychology of human intelligence (Vol.1)*, Londres: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 311-365.

APPRENTISSAGE DE LA REPRÉSENTATION SPATIALE EN GÉOMÉTRIE

Pierre Mongeau
Université du Québec à Rimouski

Résumé

Toute représentation juste de l'espace ou des objets qu'il contient s'élabore en accord avec les lois géométriques. Cependant, l'évolution du développement géométrique de ces représentations demeure peu connue au delà de l'enfance. Aussi, afin de mieux connaître cette évolution, les performances de groupes de sujets d'âge différent ont été mesurées.

Outre les travaux de Piaget, rares sont les études de la représentation spatiale qui cherchent à en mesurer l'évolution ou prennent en considération les aspects géométriques. En effet, plusieurs chercheurs (Cooper, Glaser, Kosslyn, Pellegrino, Shepard, Sternberg et d'autres; voir Pellegrino et al., 1984) s'efforcent de mieux comprendre les processus de base sous-jacents à la solution de problèmes de représentation spatiale mais aucun ne semble prendre en considération les qualités géométriques intrinsèques des représentations étudiées. De même le travail des psychométriciens, qui repose sur des analyses statistiques comparant les résultats obtenus par une masse de sujets à des items donnés, ne prend aucunement en considération ces qualités géométriques. Ils cherchent plutôt à identifier les composantes principales de ces résultats.

Ainsi, selon McGee (1979), Lohman (1979, 1987), Eliot et Smith (1983) et Pellegrino, Alderton et Shute (1984) qui ont effectué des analyses à la fois exhaustives et détaillées de l'ensemble des études publiées en ce domaine, il ressort, en résumé, que la notion d'habileté spatiale, telle que mesurée par les tests psychométriques généralement employés lors des recherches, est composée de deux facteurs principaux communément appelés «relation spatiale» et «visualisation spatiale». Le générique de «relation spatiale» réfère à la capacité d'établir et de comprendre les relations qui unissent les divers éléments d'un ensemble «spatial» et de comparer des ensembles entre eux. Par exemple, le sujet doit reconnaître une figure ou une forme présentée d'un point de vue différent.

Le générique de «visualisation» réfère, quant à lui, à la capacité de manipuler mentalement des objets tridimensionnels. Cette habileté est le plus souvent mesurée à partir de représentations bidimensionnelles (projections). Le sujet doit transformer mentalement une première représentation de façon à choisir parmi plusieurs autres représentations celle qui illustre le résultat d'une opération. Par exemple, il doit choisir parmi plusieurs projections celle qui correspond à une forme présentée à l'aide d'un développement-plan.

Colloque Élève, école, société. CIRADE, UQAM, 1993, pp. 79-91.

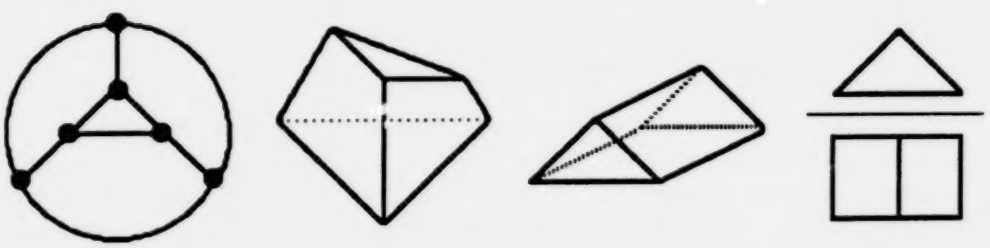
Par ailleurs, l'analyse de la panoplie de tests utilisés pour mesurer la représentation spatiale (voir Eliot et Smith, 1983) permet de constater que, d'un point de vue géométrique, il n'existe aucun instrument de mesure géométriquement complet et valide. Aucun qui ne couvre l'ensemble des quatre niveaux géométriques et permette d'évaluer l'évolution du développement géométrique de la représentation spatiale. Les aspects topologiques, projectifs et affines y sont presque toujours ignorés au profit des aspects métriques. Plus de 82% (212/256) des tests retenus, parce que pouvant être analysés d'un point de vue géométrique, sont de nature métrique, 11.6% sont affines, uniquement 2% sont projectifs et seulement 4% sont de nature topologique. Un petit nombre (2%) contient même des erreurs géométriques flagrantes (Mongeau, 1989).

L'objectif de cette étude étant de mieux connaître l'évolution du développement géométrique de la représentation spatiale, il a donc été nécessaire d'élaborer un nouvel instrument de recherche géométriquement valide avant de tester les performances de groupes de sujets d'âge différent.

Représentation géométrique de l'espace

La représentation géométrique de l'espace s'appuie sur des axiomes regroupés en quatre niveaux géométriques hiérarchiquement imbriqués. Il s'agit des niveaux topologique, projectif, affine et métrique. L'imbrication se fait du topologique au métrique. Ainsi une représentation métrique conserve nécessairement toutes les propriétés propre aux niveaux topologique, projectif et affine, tandis qu'une représentation topologique ne rend compte d'aucune propriété proprement projective, affine ou métrique. En fait, une même famille de polyèdres, prismatiques par exemple, peut être représentée par quatre types de représentations distinctes et géométriquement exactes (voir figure 1).

Figure 1: Représentations d'un polyèdre («prisme»)



Une représentation métriquement correcte sera aussi topologiquement juste car les propriétés topologiques sont hiérarchiquement préalables. Par contre, une représentation topologiquement correcte peut être incorrecte aux niveaux projectif, affine et métrique.

Les principales caractéristiques topologiques sont le nombre de faces, de sommets et d'arêtes et les propriétés d'adjacence et de connexité. La représentation sous forme de graphes conserve ces caractéristiques et propriétés et ignore celles des niveaux supérieurs. Des déformations continues telles que l'étirement, le rétrécissement, le pliage et la torsion n'affectent pas la justesse du graphe. Ainsi lorsque le graphe d'un prisme est déformé de façon continue l'adjacence des faces est respectée, les nombres de sommets, d'arêtes et de faces demeurent inchangés.

Le niveau projectif correspond principalement aux propriétés d'incidence des droites et des plans. Ces propriétés sont conservées dans une représentation créée suite à une projection centrale.

Le niveau affine correspond principalement aux propriétés de parallélisme et de convexité. Ces propriétés sont conservées dans une représentation créée suite à une projection parallèle.

Le niveau métrique correspond principalement à l'étude des propriétés reliées aux distances et aux angles. L'utilisation de deux projections permet de retrouver ces distances et ces angles.

Objectif de la recherche

Nous avons voulu tester d'un point de vue géométriquement valide les performances spatiales de sujets de différents âges aux quatre différents niveaux géométriques.

Méthodologie

Puisqu'aucun instrument de mesure géométriquement complet et valide n'a été identifié parmi la masse de tests spatiaux recensés par Eliot et Smith (1983), une nouvelle batterie de tests, couvrant minimalement l'ensemble des niveaux géométriques, a été développée. Elle est constituée de quatre tests comportant chacun dix items. Tous les quarante items sont constitués de représentations géométriques bidimensionnelles d'objets tridimensionnels. Il s'agit soit de graphes, soit de projections centrales, parallèles ou orthogonales. Tous les items de chacun des quatre tests sont donc de type «crayon-papier». Ce choix a été fait pour des raisons d'efficacité au niveau de la procédure d'examination des sujets. Ils permettent de «tester» plusieurs sujets simultanément. Par ailleurs, ce type d'item s'inscrit dans la tradition des tests psychométriques de représentation spatiale.

Afin d'assurer la validité de contenu de l'ensemble des items, une masse de «questions-problèmes» a été soumise à plusieurs personnes concernées par l'enseignement de la géométrie. Suite à leurs commentaires et réactions, les «questions-problèmes» et les exemples les accompagnant ont été mis au point.

Finalement, un comité restreint de cinq experts a effectué une dernière sélection des «questions-problèmes» mis au point pour la confection finale des items. Les critères de sélection furent la justesse géométrique, l'adéquacité à la tâche et la simplicité. À chaque item correspond une tâche différente mais de même niveau géométrique. Cet item est accompagné d'un exemple le plus simple possible illustrant la tâche demandée. Ainsi, les figures 2, 3, 4 et 5, en annexe, présentent quatre de ces items, un par niveau géométrique. La correction s'effectue selon le mode succès ou échec.

L'échantillon est composé d'élèves de six classes régulières réparties du niveau primaire jusqu'au niveau universitaire: un premier groupe de 45 enfants entre 11 et 12 ans, un deuxième groupe de 23 adolescents entre 15 et 16 ans, puis trois groupes de jeunes adultes (104 individus) entre 18 et 24 ans et finalement un dernier groupe de 20 adultes entre 30 et 35 ans. Un total de 192 personnes ont passé le test. Aucune n'a suivi de formation particulière en géométrie.

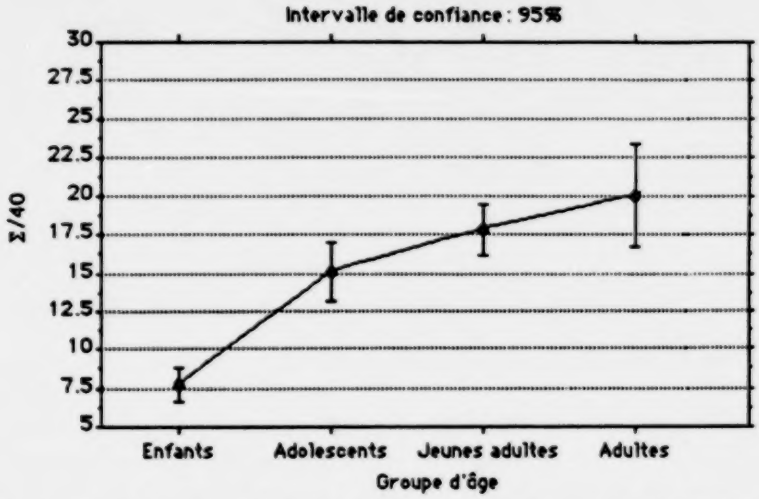
Au total, l'échantillon comporte légèrement plus de femmes que d'hommes: 65% de femmes, 35% d'hommes. Chez les enfants, la répartition entre les sexes est de 62% de filles pour 38% de garçons. Chez les adolescents, elle est de 39% de filles pour 61% de garçons. Chez les jeunes adultes, elle est de 68% de femmes pour 32% d'hommes. Le groupe de sujets adultes examinés est composé exclusivement de femmes. Les sujets ont été examinés en groupe. Le temps maximum alloué était de trois heures pour l'ensemble des items. Les sujets avaient droit à un crayon, une règle, un compas et une gomme à effacer.

Chacun des quarante items est significativement corrélé à un niveau de confiance de = 0,01 avec le total du test. L'indice de fiabilité de Cronbach (1970) pour les quarante items pris dans leur ensemble est de 0,886. Les items sont regroupés en quatre blocs selon les niveaux géométriques. Chaque regroupement comporte dix questions. Tous les items sont significativement corrélés au total de leur regroupement respectif. De même, les coefficients de chacun de ces regroupements sont bons compte tenu que les items sont de tâches et modes de réponse variés: 0,71 pour le niveau topologique; 0,63 pour le niveau projectif; 0,72 pour le niveau affine; 0,60 pour le niveau métrique.

Résultats

Conformément aux attentes, la performance totale aux tests est très fortement corrélée à l'âge: r = 0,67. Le niveau de confiance est de plus de 0,01. Toutefois, la performance des groupes de sujets ne s'accroît pas uniformément. Elle le fait plutôt brusquement entre l'enfance et l'adolescence puis stagne ensuite (voir tableau I).

Tableau I: Performance totale selon l'âge



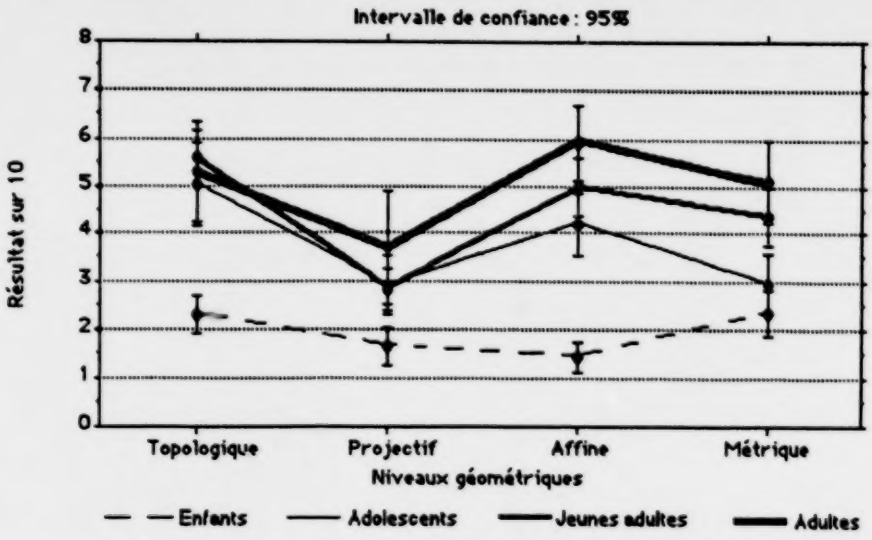
Enfants (11-12 ans), adolescents (15-16 ans), jeunes adultes (18-24 ans), adultes (30-40 ans).

Aucune différence significative (= 0,05) de performance entre les sexes n'a été observée. De plus, il n'existe aucune différence de performance significative entre les sexes quel que soit le niveau géométrique.

L'évolution des performances selon les niveaux géométriques à travers les groupes d'âge reflète la corrélation observée entre l'âge et le total au test. Pour l'ensemble des 192 sujets, l'âge et les performances observées selon les niveaux géométriques sont significativement corrélés: topologique = 0,558; projectif = 0,432; affine = 0,675; métrique = 0,52.

En accord avec les performances générales, les résultats lorsqu'ils sont compilés selon l'âge, se divisent en deux groupes bien distincts regroupant d'une part les enfants et d'autre part les autres groupes d'âge (voir tableau II).

Tableau II: Performances selon l'âge et les niveaux géométriques



Enfants (11-12 ans), adolescents (15-16 ans), jeunes adultes (18-24 ans), adultes (30-40 ans).

Quel que soit le niveau géométrique, les moyennes des enfants sont faibles et ont tendance à baisser encore du topologique à l'affine puis à remonter légèrement au niveau métrique. Ils obtiennent une moyenne significativement inférieure aux autres groupes d'âge pour les niveaux topologique, projectif et affine. Au niveau métrique, leurs résultats ne peuvent être distingués de ceux des adolescents. Cette réussite supérieure des enfants aux items topologiques et la baisse progressive de leurs performances aux niveaux projectif et affine, sont en accord avec notre hypothèse et se situent dans le prolongement du modèle piagétien. Toutefois, la remontée des performances au niveau métrique semble en contradiction avec ce modèle. Elle peut cependant s'expliquer par l'impact des programmes scolaires, lesquels font essentiellement référence à des notions métriques: figures et formes régulières, mesure de surface et de volume, etc.

Chez les adolescents, les jeunes adultes et les adultes, il faut d'abord souligner que les résultats se distinguent de plus en plus entre les groupes d'âge au fur et à mesure que l'on s'élève vers le niveau métrique. Ainsi, les performances topologiques ne semblent aucunement progresser avec l'âge, tandis que les performances semblent progresser un peu plus à chacun des autres niveaux géométriques. Les items de niveau affine sont ceux dont les résultats s'accroissent le plus en fonction de l'âge et les items de niveau projectif sont ceux dont les résultats s'accroissent le moins mais ils s'accroissent tout de même significativement.

Encore une fois cette situation ne reflète peut-être que le peu d'attention portée aux notions autres que métriques, ou aux dessins en perspective autres que cavalière, tout au long des apprentissages académiques.

Ce qui doit être aussi noté c'est la baisse marquée des performances au niveau projectif. Contrairement à notre hypothèse de départ qui supposait un affaiblissement continu des performances du topologique au métrique, nous assistons globalement à une chute significative des performances au niveau projectif et à une homogénéisation des performances entre les trois autres niveaux géométriques: topologique, affine et métrique. Ce phénomène nous porte à supposer que le niveau projectif est peut-être le moins directement sollicité par les diverses activités d'apprentissages de la vie quotidienne ou qu'il est peut-être le plus spécifiquement spatial en ce sens qu'il semble plus difficile de résoudre les items projectifs que les autres items (topologiques, affines ou métriques) à l'aide de stratégies analytiques (observer, compter, mesurer, etc.). Les items projectifs semblent faire appel à des stratégies plus proprement spatiales exigeant des opérations et des transformations dans l'espace propre au facteur «visualisation» identifié par les psychométriciens, tandis que les items des autres niveaux seraient plus «analytiques» au sens du facteur «relation». Ils feraient plus appel à une capacité de «reconnaissance» des formes.

Plus spécifiquement, chez les adolescents les moyennes augmentent par rapport aux enfants aux niveaux topologique et affine, mais leurs performances aux niveaux projectif et métrique restent faibles. Les items de niveau projectif sont aussi peu réussis que ceux du niveau métrique. Les jeunes adultes (18-24 ans) ont des résultats significativement plus faibles (= 0,01) aux items de niveau projectif. Les adultes (30-35 ans) réussissent de façon relativement plus homogène à travers les niveaux géométriques. Les différences entre les moyennes s'atténuent. Seuls les items de niveau projectif demeurent moins bien réussis.

Dans les deux premiers cas, topologique et projectif, il n'y a pas de différence significative entre les groupes d'adolescents, de jeunes adultes et d'adultes. Aux niveaux affine et métrique, l'accroissement de la performance entre les groupes d'âge semble plus régulier que pour les niveaux topologique et projectif. Au niveau métrique les adolescents ne se distinguent plus des enfants, seuls les jeunes adultes et les adultes obtiennent alors des résultats significativement supérieurs.

Conclusion

Les résultats de nos plus jeunes sujets (11-12 ans) sont en accord avec le modèle piagétien. Toutefois, les performances observées chez l'ensemble des quatre groupes d'âge étudiés (enfance, adolescence, jeune adulte et adulte) ne permettent pas de confirmer l'ordre d'appropriation des propriétés géométriques selon l'ordre hiérarchique de leur axiomatisation

(du topologique au métrique) jusqu'à l'âge adulte. Les items de niveau projectif sont, à partir de l'adolescence, constamment moins bien réussis que ceux des autres niveaux géométriques et le demeurent jusqu'à l'âge adulte. Par contre, les performances à ces items continuent de s'améliorer après l'âge de vingt ans pendant que les autres se stabilisent et ont tendance à s'homogénéiser en vieillissant.

En fait, les performances à chacun des quatre niveaux progressent jusqu'à l'âge adulte. L'évolution la plus significative a lieu entre l'enfance et l'adolescence, vers l'âge de 12 à 14 ans. Il est alors particulièrement marqué pour les items du niveau topologique. Les performances inférieures observées au niveau projectif s'expliquent peut-être en partie par la relative familiarité des figures métriques et affines, lesquelles sont plus couramment employées tant dans les manuels scolaires que dans la vie courante. Elles peuvent aussi s'expliquer par le type d'habileté psychologique sollicitée par les items rattachés à ces différents niveaux géométriques. En effet, les items de niveau projectif, où il s'agit d'interpréter une projection de l'objet, semblent plus «opératoires» au sens du facteur psychométrique «visualisation» qui réfère à la transformation des formes, tandis que les items des autres niveaux, où il s'agit de décrire la structure de l'objet, semblent plus «analytiques» au sens du facteur «relation» qui réfère à la reconnaissance des formes.

Bibliographie

Cronbach, L.J. (1970). *Essentials of Psychological Testing*. New-York: Harper & Row. 1949, 1960.

Eliot, J., Smith, I.M. (1983). *An international directory of spatial tests*. NFER-NELSON.

Kosslyn, S.M. (1980). *Image and Mind*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Kosslyn, S.M. (1983). *Ghosts in the Mind's Machine*. New-York: W.W. Norton & Compagny.

Lohman, D.F. (1979). *Spatial Ability: A review and reanalysis of the correlational literature*. Aptitude Research Project. Report #8, Stanford California University.

Lohman, D.F., Pellegrino, J.W., Alderton, D.L., Regian, J. W. (1987). Dimensions and Components of individual differences in Spatial Ability, *dans: Intelligence and Cognition: Contemporary Frames of Reference*. Ed. S. H. Irvine et S. E. Newstead, Boston: Marinus Nijhoff Publishers et NATO.

Lunkenbein, D., Allard, H., Goupille, C. (1981). *Observations concernant la genèse et le développement d'idées spatiales chez l'enfant et chez l'adulte*. Rapport no 34, Programme F.C.A.C., M.E.Q.

Lunkenbein, D., Allard, H., Goupille, C. (1982). *Structuration intérieure d'objets géométriques dans la genèse d'idées spatiales*. Rapport no 35, Programme F.C.A.C., M.E.Q.

McGee, M.G. (1979). Human Spatial Abilities: Psychometric Studies and Environmental, Genetic, Hormonal, and Neurological Influences. *Psychological Bulletin, 86*(5), 889-918.

Mongeau, P. (1989). *Analyse et évaluation psychologique et géométrique de la représentation spatiale*. Thèse de 3e Cycle, Université de Montréal.

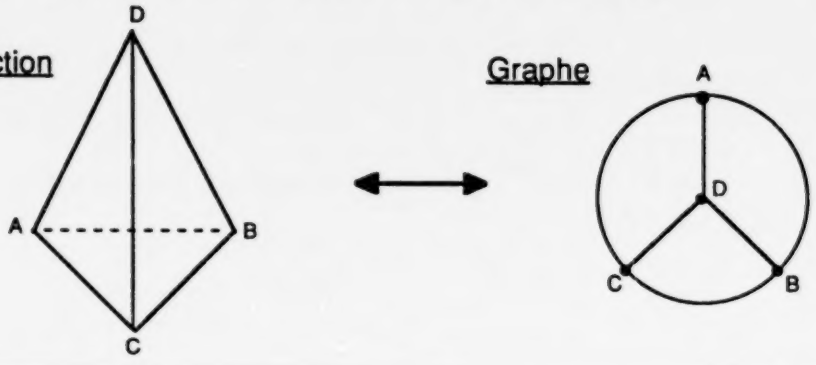
Pellegrino, J.W., Alderton, D.L., Shute, V.J. (1984). Understanding Spatial Ability. *Educational Psychology, 19*(3), 239-253.

Piaget, J., Inhelder, B. (1947/1972). *La représentation de l'espace chez l'enfant*, Paris: Presses universitaires de France.

Figure 2: Exemple et question accompagnant un item topologique

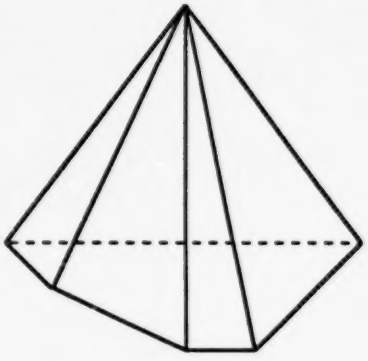
Exemple:

Les figures ci-dessous correspondent à une même forme.
Les liens entre les sommets A, B, C et D sont les mêmes.



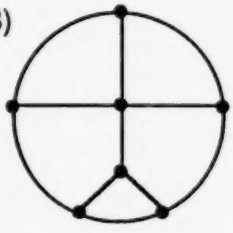
Question:

Lequel des graphes ci-dessous correspond à la forme représentée ci-contre.

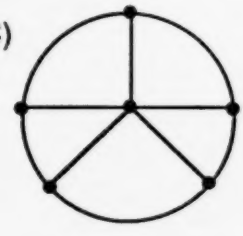


A)

B)



C)



D)

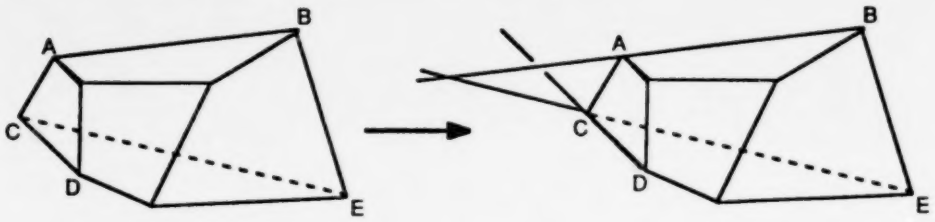
Indiquez votre réponse

A	
B	
C	
D	

Figure 3: Exemple et question accompagnant un item projectif

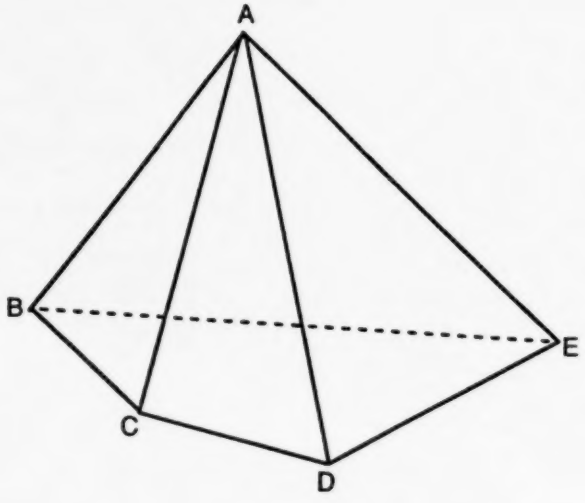
Exemple:

Si on prolonge dans l'espace les arêtes de la forme représentée ci-dessous, certaines d'entre elles se croiseront tandis que d'autres ne se rencontreront jamais. Par exemple l'arête $\overline{AB}$ ne rencontre pas l'arête $\overline{CD}$. Par contre elle croise $\overline{CE}$ en un point.



Question:

En examinant la pyramide représentée ci-dessous, quelle est la paire d'arêtes qui se croiseront en un point à l'extérieur de la forme, si on les prolonge dans l'espace?



CHOIX DE RÉPONSES

1) $\overline{AE}$ et $\overline{BC}$;
2) $\overline{BC}$ et $\overline{DE}$;
3) $\overline{AB}$ et $\overline{CD}$;
4) $\overline{AD}$ et $\overline{BC}$.

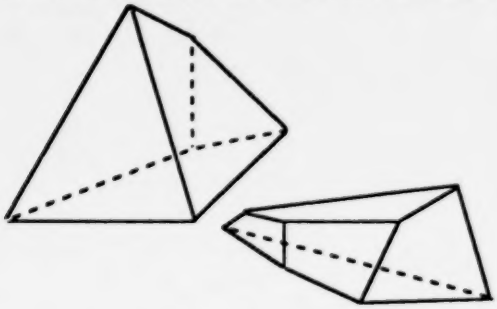
Indiquez votre réponse

1	
2	
3	
4	

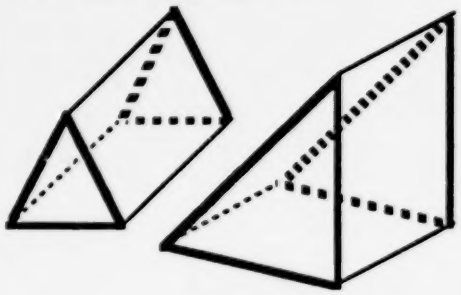
Figure 4: Exemple et question accompagnant un item affine

Exemple:

On peut grouper des formes selon le parallélisme de leurs faces.



Aucune face parallèle

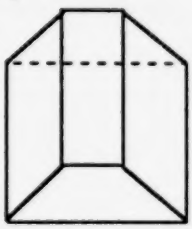


Une paire de faces parallèles

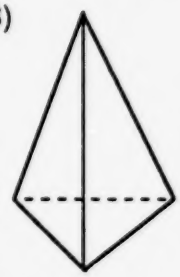
Question:

Lequel des énoncés de droite (1 à 4) groupe correctement selon le parallélisme de leurs faces les cinq formes représentées ci-dessous?

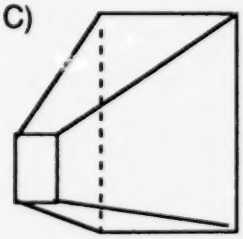
A)



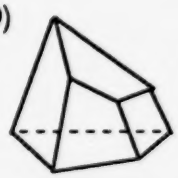
B)



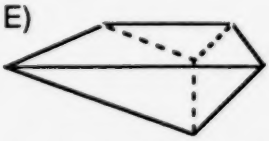
C)



D)



E)



1) Les formes «A, B et C» ensemble;
2) Les formes «B et E» ensemble;
3) Les formes «A, C et E» ensemble;
4) Les formes «A, C et D» ensemble.

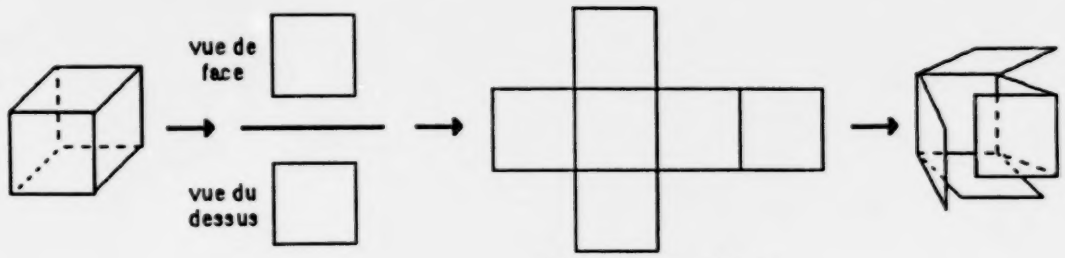
Indiquez votre réponse

1	
2	
3	
4	

Figure 5: Exemple et question accompagnant un item métrique

Exemple:

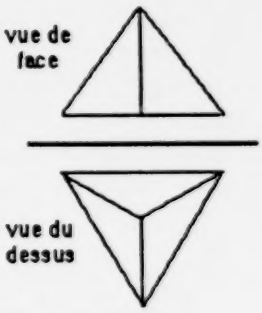
Les vues de faces et de dessus de la forme représentée ci-dessous permettent de connaître la vraie grandeur des faces et des arêtes. On peut alors faire un développement plan qui, une fois replié, permet d'obtenir la forme illustrée.



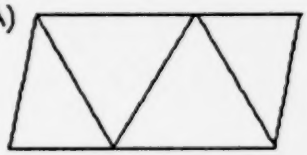
Développement plan

Question:

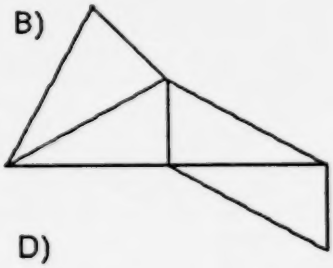
Lequel des développements plan ci-dessous permet d'obtenir la forme représentée par les vues de face et de dessus ci-contre.



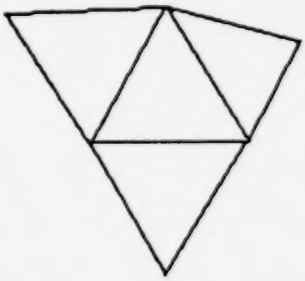
A)



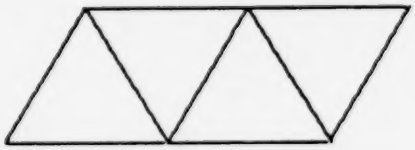
B)



C)



D)



Indiquez votre réponse

A	
B	
C	
D	

ENFANT, ÉCOLE, COMMUNAUTÉ DE RECHERCHE, SOCIÉTÉ
Lipman et ses influences

Marie-France Daniel
CIRADE, Université du Québec à Montréal

Résumé

La Philosophie pour enfants est une approche nouvelle en éducation qui remet en question plusieurs conceptions concernant la philosophie, l'éducation et l'enfant. Afin de démystifier les malentendus concernant cette approche, ainsi que les préjugés qui y sont accolés, nous nous sommes penchées sur l'analyse de ses fondements théoriques. Notre postulat de base, concernant l'influence prédominante de John Dewey, s'est avéré juste bien qu'incomplet. Le texte suivant présente quelques-unes des relations entre Lipman et Dewey ainsi que quelques rapports avec le paradigme socratique.

Vers les années 1970, Matthew Lipman, un philosophe américain, a mis de l'avant un programme d'enseignement de la philosophie au primaire, dans le but de développer la pensée autonome, critique et créatrice des jeunes. Depuis 1982, la Philosophie pour enfants s'implante lentement dans les écoles québécoises et, depuis 1985, nous sommes personnellement impliquées dans une équipe de recherche du Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation (CIRADE), qui étudie diverses problématiques relatives à cette approche. Entre autres, son impact au niveau du développement du raisonnement logique et du comportement moral de l'enfant a été vérifié (Daniel, Schleifer, Lebuis, Caron, 1987; Schleifer, Lebuis, Caron, 1987). L'équipe s'est également penchée sur divers aspects de la formation des maîtres (Lebuis, 1987; Schleifer, Lebuis, Daniel, 1990; Daniel, à paraître).

La thèse que nous soutenons ici concerne les fondements théoriques de la Philosophie pour enfants. Elle représente une analyse conceptuelle de la philosophie de l'éducation de ce programme ainsi qu'une analyse de ses influences. Car si nous sommes persuadées d'une part, de l'inédit de l'approche lipmanienne, il n'en demeure pas moins que certaines philosophies de l'éducation ont eu un rôle à jouer. Après étude de quelques courants de pensée en éducation contemporaine, nous en sommes venues à postuler que la philosophie de John Dewey était prédominante. Dans les pages suivantes, nous tracerons quelques-uns des parallèles les plus manifestes entre Lipman et Dewey. Mais tout d'abord, présentons rapidement le programme de Philosophie pour enfants.

Colloque Élève, école, société. CIRADE, UQAM, 1993, pp. 93-100.

La Philosophie pour enfants

Le programme de Philosophie pour enfants s'adresse aux élèves du primaire et du secondaire. Il est composé de sept (7) romans et chacun des romans est accompagné d'un guide du maître. Le roman central s'intitule *La découverte d'Harry Stottlemeier*; il propose des critères pour l'élaboration d'une communauté de recherche et introduit les jeunes du second cycle du primaire aux règles de la logique formelle. Les romans précédents (*Elfie, Kio et Augustine, Pixie*) sont conçus pour des enfants de 6 à 10 ans et préparent à la logique formelle de *Harry*; chacun présente une dimension particulière comme le développement des habiletés langagières, l'introduction à la science et l'apprentissage de la connaissance de soi. Les trois derniers romans du curriculum (*Lisa*, *Suki*, et *Marc*) représentent des applications des règles de la logique formelle aux domaines éthique, esthétique et social.

La nature de ces romans est philosophique. Or, ils sont si bien adaptés aux besoins et aux intérêts des jeunes que ceux-ci prennent généralement beaucoup de plaisir à faire de la philosophie. Nous soulignons ici l'expression «faire de la philosophie». En effet, Lipman s'oppose à l'enseignement traditionnel de la philosophie, pour privilégier une activité de la pensée qui est en lien avec les préoccupations quotidiennes et qui suppose une participation active de la part des apprenants. Selon lui, l'enseignement de la philosophie dans les collèges et les universités est généralement une activité académique, élitiste, abstraite et formelle, bref c'est une matière scolaire non significative et non éducative. Tandis que la philosophie qu'il préconise est une pratique réflexive en groupe sur des thèmes reliés à l'expérience des jeunes; elle concerne la recherche du sens et elle vise au développement de la pensée autonome, critique et créatrice du plus grand nombre d'enfants.

Selon la méthodologie lipmanienne, faire de la philosophie consiste d'abord en la lecture d'un chapitre d'un des romans. Ensuite, il y a une cueillette de questions; ces dernières sont posées par les personnes qui forment la communauté de recherche philosophique et doivent refléter leurs intérêts propres. Finalement, c'est l'étape du dialogue philosophique concernant une ou plusieurs des questions recueillies. La discussion qui s'élabore alors n'est pas un simple échange d'informations et d'opinions, mais représente une réflexion que chaque membre, à partir de ses expériences personnelles, partage avec les pairs; c'est également une réflexion que chacun affine, questionne, révise, et modifie au fil des interventions.

La communauté de recherche, siège du dialogue philosophique, est le coeur du programme de Philosophie pour enfants. C'est par elle et en elle que se produit la réflexion, le questionnement et la remise en question. C'est lorsqu'elle est établie que les enfants se sentent suffisamment en confiance pour développer une pensée autonome, critique et créatrice. C'est dans la mesure où elle respecte ses propres règles internes que les enfants apprennent à devenir responsables de leurs agissements, de leurs opinions et de leurs dires.

Dans le texte qui suit, la communauté de recherche philosophique servira de critère à l'établissement de la relation entre la philosophie de l'éducation de Matthew Lipman et celle de John Dewey.

La philosophie de l'éducation de Matthew Lipman et celle de John Dewey

Matthew Lipman a conçu son programme de façon toute intuitive. Comme il l'écrit lui–même, il ne connaissait à cette époque quasiment rien de la philosophie de l'éducation (Lipman, 1978, p. V). Toutefois, en lisant les romans du curriculum ainsi que ses trois œuvres majeures, à savoir *Philosophy in the Classroom* (Lipman, Sharp et Oscanyan, 1980), *Philosophy Goes to School* (Lipman, 1988) et *Thinking in Education* (Lipman, 1991), nous pouvons y déceler plusieurs notions fondamentales de la doctrine pragmatiste de John Dewey.

Tout d'abord, mentionnons le principe selon lequel toute activité qui se veut éducative doit être centrée sur l'enfant. Comme nous l'avons indiqué plus haut, le programme de Lipman ne vise pas à enseigner et à faire apprendre aux enfants les systèmes de Platon, d'Aristote ou de Kant par exemple. Au contraire, la Philosophie pour enfants est une «pratique» réflexive. Elle suggère aux jeunes de s'impliquer concrètement dans la discussion et de s'engager dans la recherche de signification des concepts, des idées et des personnes. Sans leur participation, la communauté de recherche ne peut s'enrichir et ne peut advenir. La Philosophie pour enfants place donc l'élève au coeur même du processus éducatif. Ce faisant, elle postule que l'élève est responsable de son éducation, qu'il se construit en tant que personne et qu'il est sujet de son développement. Qui plus est, Lipman soutient que la construction de la personne advient dans la mesure où elle entre en interaction avec les pairs.

Parallèlement, nous savons que John Dewey préconise fortement le principe d'interrelation (Dewey, 1938-1963), ainsi que le partage des intérêts et des idéaux dans une communauté. En fait, dans sa philosophie, ces deux notions deviennent les deux critères fondamentaux pour l'élaboration ou la reconstruction de toute société désirable (Dewey, 1916-1983). Nous sommes donc en présence d'un premier élément de similitude entre Lipman et Dewey[1].

Deuxièmement, nous pouvons voir le pragmatisme deweyen dans la communauté de recherche philosophique, en ce que cette dernière s'élabore à partir d'un rapport de continuité qu'elle tisse entre les résultats de l'éducation familiale et ceux de l'éducation sociale. Elle récupère l'expérience passée et présente de l'enfant et l'utilise telle une trame essentielle à l'évolution de soi et de l'autre. Et, effectivement, ne possédant pas d'arrière-plan

1 Nous supposons que les lectrices et les lecteurs sont familiers avec la philosophie de l'éducation de John Dewey. Aussi, nous ne faisons qu'un bref rappel des éléments de sa doctrine.

philosophique, l'enfant se voit contraint de puiser au fond de son expérience personnelle les éléments propices à l'avancement de la recherche.

Quand il explique le rôle de l'enfant au sein de la communauté de recherche, quand il justifie l'importance de l'individu par rapport au groupe, Lipman parle des relations partie-tout et moyen-fin. Bien que chaque enfant n'est qu'un élément du groupe-classe, chacun est essentiel au tout. De même, chaque intervention réfléchie d'un membre de la communauté de recherche constitue un moyen indispensable pour parvenir à la fin recherchée, c'est-à-dire comprendre le plus possible les concepts en jeu, trouver le plus grand nombre de significations, saisir les causes et les conséquences d'une action, et ainsi de suite. Ainsi, par l'accent qu'elle place volontairement sur les relations partie-tout et moyen-fin, nous pouvons donc avancer que la communauté de recherche se situe dans la perspective pragmatiste de John Dewey qui, lui, place le principe de continuité au premier plan de sa philosophie de l'éducation (Dewey, 1938-1963).

Un autre élément deweyen majeur est que la communauté de recherche philosophique n'est pas conçue en tant que préparation à la maturité, mais en regard des intérêts immédiats de l'enfant. Les enfants posent les questions qui les rejoignent dans leur expérience existentielle. Pour un instant, ils ne sont plus des élèves qui doivent réussir ou performer, mais des «personnes» qui se questionnent et s'interrogent. Or, nous savons que lorsque le sentiment de curiosité est éveillé, la motivation intrinsèque remplace la motivation extrinsèque. Qui plus est, lorsque la discussion est d'essence philosophique, puisque les sujets sur lesquels les enfants se penchent ne sont pas particuliers, mais rejoignent les intérêts de la nature humaine. Bref, le contenu de la discussion philosophique appartient aux enfants. Dans ce sens, nous pouvons affirmer que la communauté de recherche se construit pour et par les jeunes et en regard de leurs préoccupations actuelles. En outre, en ayant les enfants comme moteur et comme fin, la communauté de recherche est toujours en mouvement, toujours en changement. Et c'est dans le mouvement continue que provoquent le questionnement et la réflexion qu'elle devient éducative et féconde. Et c'est dans ce sens également qu'elle est le reflet du principe deweyen de la motivation intrinsèque. Nous savons que, pour Dewey, cette qualité de la motivation est le fondement de toute activité éducative puisque, selon lui, plus l'intérêt pour une matière scolaire est élevé, plus les efforts envers cette matière sont soutenus et significatifs (Dewey, 1913-1967).

Nous pouvons relever une autre similitude entre Lipman et Dewey, en ce que la communauté de recherche de Philosophie pour enfants est essentiellement moniste. Elle fait fi du dualisme traditionnel en favorisant à la fois le développement de la logique et de l'imagination, et en provoquant autant la dimension intellectuelle que morale ou sociale des

participants. Pour Lipman, l'enfant est un tout. Et la qualité de ce tout est qu'il est extrêmement riche et indissociable. Il convient donc d'exploiter toutes les dimensions de sa personne, sans en privilégier une au détriment d'une autre. Il est dit que l'école ne développe en moyenne que dix-huit variables de l'intelligence sur cent vingt. Lipman, pour sa part, croit que le programme de philosophie qu'il a mis de l'avant interpelle autant les éléments simples que les éléments complexes de la pensée humaine. En outre, la communauté de recherche est un lieu où l'enfant apprend à respecter les différents points de vue, les divers styles de pensées et les diverses façons d'être des pairs: qu'un élève soit expérimentaliste, intuitif, analytique ou sceptique ne représente aucun problème et ne devrait inciter aucune tentative de réforme de la part des autres (enseignants ou élèves): la différence est naturelle et nécessaire. Le respect de la différence est ce qui conduit à l'estime de soi et à la liberté.

Parallèlement, nous savons que Dewey condamne fortement le dualisme traditionnel et qu'il préconise une doctrine holistique de l'éducation, dans laquelle le corps ne doit pas être dissocié de l'esprit, ni l'action de la pensée (Dewey, 1916-1983). À son avis, l'éducation traditionnelle est linéaire et essentiellement logique, ce qui la rend vaine et non éducative. À cet effet, il propose un curriculum complet d'apprentissage à travers lequel l'enfant va graduellement passer du concret à l'abstrait, mais tout en exploitant l'ensemble des composantes de sa personne (Dewey, 1897-1972). Encore une fois, donc, une similitude existe entre la pensée de Dewey et la philosophie lipmanienne.

Un autre lien manifeste entre les deux philosophes se trouve au niveau de la dimension morale de la Philosophie pour enfants. Sans être l'élément sine qua non de l'éducation morale, faire de la philosophie contribue à augmenter la valeur éthique de l'activité éducative. En effet, la pratique philosophique établit la continuité, d'une part, entre les divers sujets d'étude et, d'autre part, entre la vie sociale de l'enfant et sa vie scolaire; elle encourage la méta-réflexion; elle place l'enfant sur le chemin de la découverte du sens; elle le confronte au pluralisme; elle lui offre l'opportunité d'utiliser son libre arbitre; elle cherche à solutionner des problèmes existentiels et elle incite l'enfant à accompagner cette recherche d'une exploration objective des alternatives. Bref, apprendre à discuter entre pairs de questions philosophiques établit un lien indéniable entre la conscience individuelle et la conscience sociale. Et la philosophie, lorsqu'elle est présentée dans une perspective de pratique dialogique, devient une formation morale.

Tout à fait dans la même perspective, Dewey soutient que la pratique morale est en relation avec l'esprit critique ou, en d'autres termes, que le développement du sens critique conduit à l'acquisition d'habitudes morales. Car, pour Dewey, un acte est moral lorsqu'il implique la réflexion, lorsqu'il est fait dans un but précis et intrinsèque, et lorsqu'il suppose un engagement de la personne par rapport aux conséquences que cet acte implique. Autrement dit,

la pensée réfléchie, la conscience de l'existence d'un moi stable et l'acceptation de la liberté d'autrui constituent les conditions fondamentales de tout acte moral (Dewey, 1908-1980) – conditions qui se retrouvent manifestement dans la communauté de recherche philosophique du programme de Philosophie pour enfants.

Nous ne pouvons conclure ce texte sans apporter au moins un élément du programme de Philosophie pour enfants dont les influences semblent être issues d'une autre source. À cet égard, nous croyons que la méthodologie d'enseignement est davantage socratique que deweyenne. En effet, bien que le programme lipmanien a pour fin première le développement du bien-penser chez l'enfant (Dewey), le moyen utilisé est essentiellement le dialogue philosophique, lequel présuppose nécessairement une quête vers la connaissance de soi et de l'autre (Socrate). Comme nous l'avons mentionné plus haut, faire de la philosophie représente une recherche du sens et non une activité purement intellectuelle. Ainsi, bien que ses objectifs visent au développement de la pensée, le processus qu'elle engendre s'élabore à partir des profondeurs de l'être, de l'expérience individuelle. Dans cette perspective, elle rejoint donc la philosophie socratique dont la spécificité se trouve dans le sujet qui parle et non dans l'objet du discours.

De plus, la méthodologie que la Philosophie pour enfants utilise pour parvenir à ses fins s'avère celle utilisée par Socrate, à savoir la maïeutique. L'enquête philosophique est une enquête sur les autres personnes ou, plus exactement, un examen de l'autre, un examen constructif de ce que l'autre possède en fait de connaissances, d'idées, d'arguments. Et si Socrate, à cause de la conscience de son ignorance, jouait le rôle d'interlocuteur, dans le programme de Lipman, ce n'est pas uniquement la personne-ressource, mais chaque enfant qui, conscient de ses limites et de ses capacités, doit travailler à développer chez l'autre (et conséquemment chez soi), la réflexion critique qui délivre l'esprit des chaînes des acquis.

Plus que maïeutique, la méthodologie socratique est essentiellement dialectique. Parallèlement, en Philosophie pour enfants, la discussion est une dialectique, en ce qu'elle se situe au sein d'une communauté de recherche philosophique. Ceci suppose que chacun des participants s'aide mutuellement à éclaircir sa vision des choses, à clarifier ses énoncés, à expliciter son point de vue, à rechercher la cohérence dans ses propos et à s'ouvrir aux alternatives proposées par l'autre. Le tout s'effectuant sans rhétorique et sans référence à la tradition, l'exigence première étant la réflexion personnelle.

Pour résumer, nous pouvons dire que la discipline même de la philosophie (philo-sophia et connaissance de soi) qui caractérise la nature des dialogues de l'approche lipmanienne, ainsi que la méthodologie d'enseignement (rapport égalitaire entre adulte et enfants, maïeutique,

dialogique) qui est utilisée dans cette approche indiquent que les ascendances du programme lipmanien sont grecques et que l'influence socratique est indiscutable.

Toutefois, les éléments constituants de la communauté de recherche philosophique, c'est-à-dire sa forme (micro-société), sa structure (non hiérarchisée et non compétitive), ses objectifs (développement intégral de la personne), ainsi que ses principes fondamentaux (motivation intrinsèque, continuité de l'expérience, éducation centrée sur l'enfant) correspondent aux éléments de la doctrine de John Dewey.

Bibliographie

Daniel, M.F. (à paraître). Reflexions on Teacher's Formation. When School and University Enter Together in a Process of Continuous Thinking. *Analytic Teaching*.

Daniel, M.F., Schleifer, M., Lebuis, P. (à paraître). Philosophy for Children: The Continuation of Dewey's Democratic Project. *Analytic Teaching*.

Daniel, M.F., Schleifer, M., Lebuis, P., Caron, A. (1987). L'enseignement de la philosophie pour enfants: effets sur le développement du raisonnement logique des enfants et la formation philosophique des maîtres. *Communication présentée au Congrès de l'ACFAS*, Ottawa.

Dewey, J. (1963). *Experience and Education*. New York et Londres: Macmillan Publishing Company, Collier Books (ouvrage original publié en 1938).

Dewey, J. (1967). *L'école et l'enfant* (traduction de L.S. Pidoux). Neuchâtel: Delachaux et Niestlé. (ouvrage original publié en 1913).

Dewey, J. (1972). My Pedagogic Creed. *In The Early Works: 1882-1898*, tome 5:1895-1898. pp. 84-95. Londres et Amsterdam, Carbondale et Edwardsville: Southern Illinois University Press, Feffer & Simons Inc. (ouvrage original publié en 1897).

Dewey, J. (1983). *Démocratie et éducation, Introduction à la philosophie de l'éducation* (traduction de G. Deledalle). Artigues-près-Bordeaux: Éditions L'Age d'Homme, (ouvrage original publié en 1916).

Lebuis, P. (1987). Training Teachers: An Experimentation in Primary Schools in Quebec. *Analytic Teaching*, *8*(1), pp. 62-70.

Lipman, M. (1978). *La découverte d'Harry Stottlemeier* (traduction par P. Belaval). Paris: Librairie philosophique J. Vrin. (ouvrage original publié en 1974).

Lipman, M. (1988). *Philosophy Goes to School*. Philadelphie: Temple University Press.

Lipman, M. (1991). *Thinking in Education*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lipman, M., Sharp, A.M., Oscanyan, F.S. (1980). *Philosophy in the Classroom* (2e édition). New Jersey: University Press of America et IAPC.

Schleifer, M., Lebuis, P., Caron, A. (1987). The Effect of *Pixie* Program on Logical and Moral Reasoning. *Thinking*, *7*(2), pp. 12-17.

Schleifer, M., Lebuis, P., Daniel, M.F. (1990). Training Teachers for Philosophy for Children: Beyond Coaching. *Analytic Teaching*, *11*(1), pp. 9-12.

ALLOCUTION DE CLÔTURE

ALLOCUTION DE CLÔTURE

Richard Pallascio
CIRADE, Université du Québec à Montréal

À titre de directeur intérimaire du CIRADE, il m'a fait plaisir d'accepter d'ajouter encore quelques mots à la fin de cette journée bien remplie, tant au chapitre de la diversité interdisciplinaire que de l'intérêt scientifique contenus dans les communications entendues aujourd'hui.

Le thème du colloque, «Élève, école, société: pour une approche interdisciplinaire de l'apprentissage», était à la fois attrayant et ambitieux. Bien sûr, il y a toujours moyen de trouver des liens entre un tel thème et la plupart des travaux de recherche actuels en sciences de l'éducation. Mais dans le fond, il rejoint tous les acteurs concernés par la situation éducative qui nous intéresse. Il y manquait peut-être de façon explicite l'enseignant et l'enseignante, mais ils y étaient forcément présents. Quant à l'orientation souhaitée dans le sens d'une approche interdisciplinaire de l'apprentissage, là les choses ne sont pas aussi nettes, tout en s'avérant prometteuses.

Les différents contextes de recherche qui nous ont été exposés tout au long de ce colloque, nous indiquent quand même un certain nombre d'éléments susceptibles de renforcer cette visée, par exemple:

— nous n'apprenons pas seuls, nous avons besoin des autres, nous subissons, que nous le voulions ou pas, le rayonnement des autres, comme nous le suggère l'exposé de Christiane Gohier, la nouvelle directrice élue du Doctorat en éducation, lors de sa conférence de ce matin;
— les composantes cognitives et affectives sont intimement liées dans l'acte d'apprentissage, comme nous le démontre les travaux de Louise Lafortune;
— les dimensions réflexives, épistémologiques et méta-réflexives de l'apprentissage sont à la portée des plus jeunes des élèves, comme nous l'indiquent les résultats des travaux de Marie-France Daniel, dans le cadre du programme de philosophie pour enfants;
— certains travaux, tels ceux de Mustapha Ourahay, illustrent le rôle prépondérant des instruments utilisés dans le développement de certains concepts et la validation des savoirs ainsi construits;
— le développement de la représentation spatiale, selon les résultats de la recherche de Pierre Mongeau, s'appuie sur des propriétés géométriques hiérarchiquement axiomatisées, mais

aussi sur des opérations intellectuelles fondamentales (à noter que Pierre est un très bon exemple vivant d'interdisciplinarité: psychologue de formation, il a réalisé son Doctorat en didactique des mathématiques tout en étant inscrit à la Faculté d'aménagement de l'Université de Montréal et assistant de recherche sur une équipe du CIRADE; il est maintenant professeur au Département des sciences humaines de l'UQAR..., tout en continuant à s'intéresser au développement de la pensée géométrique des élèves!);

— les travaux postdoctoraux d'Ana Lobo de Mesquita convergent dans cette même direction, en essayant de mettre en évidence différents types d'appréhension dans le contexte de la géométrie.

Je viens de mentionner des exemples dans les travaux que je connais davantage, mais ces grandes idées transcendent l'ensemble des résultats, se rejoignent d'une certaine manière et vont finir, j'en suis convaincu, à dresser un portrait relativement unifié de l'acte pédagogique, inévitablement source d'interdisciplinarité.

Je voudrais terminer en adressant mes remerciements à nos deux stagiaires postdoctoraux, qui ont gentiment accepté d'organiser ce colloque, une façon comme une autre de s'intégrer dans la communauté ciradienne. Pour Ana qui retournera bientôt auprès de ses étudiants et ses étudiantes de l'Université de Lisbonne, je voudrais ajouter, et je pense que je reflète assez bien l'opinion de toutes les personnes qui ont subi la contagion de sa bonne humeur et qui ont pu apprécier ses compétences de chercheure en éducation, que les portes de notre Centre de recherche lui seront toujours ouvertes. Merci encore de ta participation au colloque de l'été dernier sur la représentation spatiale, de ton apport aux travaux du CIRADE et bonne chance dans la poursuite de ta carrière universitaire.

Merci à tous et à toutes pour avoir participé à ce colloque, une expérience intéressante, qui sera très vraisemblablement poursuivie dans les prochaines années.

Des exemplaires du présent document sont en vente à l'adresse suivante:

Centre Interdisciplinaire de Recherche sur
l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
C.P. 8888, Succ. A,
Montréal, Québec
H3C 3P8

Publié par le Centre Interdisciplinaire de Recherche
sur l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
Conception graphique: Pierrette Précourt